

## «Реакцияға түсетін ағыстарды 3D модельдеу» пәні бойынша

### Қысқаша лекция

1 дәріс. Кіріспе. Компьютерлік моделдеу түсінігі. 3D моделдеудің артықшылығы. Моделдеудің негізгі этаптары

Қолданыстағы энергетикалық объектілерді пайдалану кезіндегі экологиялық және үнемділік қазандықтардың жану камералары үшін ең үздік конструктивтік және құрастыру шешімдерін іздестіруге әкеледі. Энергия объектілерінің қазандық агрегаттарының оңтайлы режимдік параметрлерін жобалау және анықтау үшін қажетті мәліметтерді оперативті алу жолдарының бірі эксперименттік те, сандық та зерттеулерді жүргізу болып табылады. Қазіргі уақытта бұл әр түрлі қуатты есептеу машиналарын кеңінен қолданбай мүмкін емес.

Бұл мәселені шешудің тиімді жолдарының бірі қолданбалы бағдарламалардың заманауи жаналандырылған пакеттерін пайдалану негізінде конструктивтік, техникалық және басқа ғылыми зерттеулерді жүргізу болып табылады [108-110].

Аэродинамика және жылу-және масса алмасу процестері секілді күрделі есептерді шешу кезінде, энергетикалық отындардың жануы кезінде есептеу эксперименттерінің нәтижелерін тікелей ЖЭО алынған эксперименттік мәліметтермен алынған нәтижелерді салыстырусыз мүмкін емес.

Сандық зерттеу кезінде алынатын барлық ақпарат дұрыс зерделеу және физика-химиялық әсерлерді түсіну мүмкіндігін береді, осылайша зерттеудің барлық нақты эксперименттік процесін жеңілдетеді және арзандатады.

Бүгінгі таңда жану жүйесінің конструкциясы туралы мәселе қазандықтар үшін жаңарту кезінде немесе энергия блоктарының құрылысы кезінде, олардың қоршаған ортаны қорғау бойынша талаптар қатарына сәйкес келулері үшін өткір мәселе болып отыр: қож түзу, жану тұрақтылығының мәселелері, сондай-ақ қазандықтың сенімділігі мен тиімділігі. Қазандықтардың от жағу камераларында отынды жағу процестерін математикалық 3D үлгілеу құралы неғұрлым кең таралған және ұсынылған техникалық шешімдерді сапалы және сандық тұрғыдан бағалуға, сондай-ақ өз бетімен ғылыми зерттеулерді жүргізуге мүмкіндік береді.

Тұжырымдамалық тұрғыдан, қазандықта жағу процестерін математикалық 3D үлгілеу процедурасы, жаңарту немесе жаңғырту үшін опцияларды таңдау кезінде келесі кезеңдерден тұрады:

1. Жағу процестерін компьютерлік үлгілеу үшін қажетті бастапқы мәліметтерді білу:

- қазандықтың қолданыстағы геометриясы;
- отын мәліметтері (соңғы элементарлық және фракциялық талдау, кинетикалық константтар, күлдің минералдық құрамы, және т.б.);
- қазандықтың техникалық сипаттамалары (қыздыру бетінің жылу алмасуы, ауа ортасының және газ фазасының шығыны және температурасы, сондай-ақ бу құбырларындағы сулар, және т.б.);
- қазандықты тестілеу нәтижелері (құбыр желілерінің мәліметтерінің орташа көрсеткіштері, операциялық өнімділік, ластаушы заттардың шығарындыларының нақты есептелген нәтижелері және т.б.);
- өнімділік туралы ағымдағы мәліметтер;

2. Қазандықтың қыздыру жүйесінің қолданыстағы үлгісін дамыту және режимді үлгілеу. Қажетіне қарай, тестілеу нәтижелерімен сәйкес келуі үшін көмірдің жану кинетикасы немесе үлгілері түзетілуі тиіс (эксперименттер мен өлшемдердің мәліметтері);

3. Қазандықтың жағу және режимдерді үлгілеудің түрлендірілген жүйесінің нұсқасының үлгілерін дамыту;

4. Негізгі жанарғылар мен форсункалардың жобалау және пайдалану параметрлерін оңтайландыру;

5. Барлық конструктивті параметрлердің сипаттамасымен және талдаумен түрлендірілген қазандықтың оңтайлы нұсқасы туралы тұжырымдар.

Энергетикалық объектілердің от жағу камераларында жылу- және масса тасымалдау міндеттерін зерттеу үшін қазіргі уақытта ANSYS, CFX, STAR-CD, Fire-3D, Flow Vision, σ-Flow және FLOREAN секілді қолданбалы бағдарламалардың пакеттері кеңінен қолданыс тауып отыр.

Бұл бағдарламалар пакеттерін пайдалануды теориялық зерттеу кезінде ағындардың арасында әрекет ететін күрделі ағындарды үлгілеуге мүмкіндік береді, олар өз кезегінде, өзгеретін жылу физикалық қасиеттердің ауқымды диапазонына ие. Бұл сандық үлгілеудің әр түрлі шарттарымен және үздік жинақтылыққа ие көп торлы әдістермен қамтамасыз етіледі, олар оңтайлы тиімділікті бере және алынатын нәтижелердің жеткілікті жоғары дәлдігін қамтамасыз ете алады.

Көп фазалы ағындар қарастырылатын қатты отынның жануын сандық зерттеу үшін есептерді дискретизациялаудың әр түрлі әдістерін пайдаланады [94-95]. Көп жағдайларда бақылау көлемі әдістері мен соңғы элементтер әдісі кеңінен таралған, бұл ретте әрбір көлем немесе элемент үшін массаны, импульсты және энергияны сақтау заңдарын орындалу міндеті қойылады.

2 дәріс. Реакцияға түсетін ағыстардың негізгі математикалық теңдеулері. Сақталу заңдары. Үзіліссіздік теңдеуі

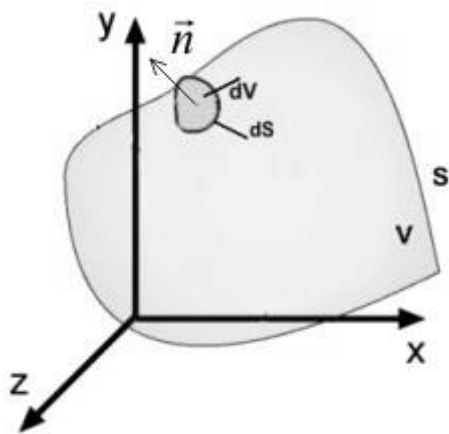
Тұтқыр сұйық механикасы теңдеулерінің негізінде бірнеше іргелі сақталу заңдары жатыр. Бұл заңдар сенімді және осы теңдеулердегі айнымалылардың рөлін масса, импульс, энергия ( $m$ ,  $mv$ ,  $E$ ) атқарады. Осы заңдарға тұтқыр сұйық динамикасының теңдеулері – Навье – Стокс теңдеулері негізделген. Навье – Стокс жалпы гидродинамиканың негізін құрайды. Сығылатын ағыстар үшін күй теңдеуін қосу керек, ал изотермиялық емес ағыстар үшін тұтқырлықтың температураға тәуелділігін енгізсе жеткілікті:

$$\mu = \mu(T).$$

#### Субстанцияның сақталу заңы ( $N$ )

$N$  – қандай да бір субстанция, ал  $\rho_N$  – осы субстанцияның тығыздығы болсын.

Тұтас ортадан  $S$  бетпен шектелген қандай да бір нақты көлемді  $V$  бөліп алайық ( $S$  сурет).



5 сурет

$V$  көлемдегі  $N$  субстанция мөлшері:  $\int_V \rho_N dV$ . Бірлік уақытта субстанция мөлшері

мына шамаға өзгереді:  $\frac{\partial}{\partial t} \int_V \rho_N dV$ .

Белгіленіп алынған көлемдегі субстанцияның өзгерісі оның ағып келуінің немесе ағып шығуының, яғни  $S$  бет арқылы ағып өткен субстанция ағынының есебінен болады. Осы  $S$  бет арқылы субстанция ағынын есептеп табу үшін бетті  $dS$  элементар аудандарға бөлеміз. Онда  $d\vec{S} = dS \cdot \vec{n}$ , мұндағы  $\vec{n}$  -  $dS$  ауданға нормаль бойымен бағытталған бірлік вектор.  $\vec{P}_N$  -  $S$  бет арқылы бірлік уақытта ағып өткен субстанция ағынының тығыздығы болсын.  $S$  бет арқылы  $V$  көлемнен ағып шығатын субстанция мөлшері мынаған тең:  $-\oint_S \vec{P}_N d\vec{S}$ .

Субстанция көлемнен ағып шығып қоймай, оның ішінде де пайда болады (мысалы, химиялық реакциялардың немесе фазалық ауысулардың есебінен пайда болатын энергия мен масса).

$q_N$  - бірлік уақытта пайда болатын субстанцияның мөлшері болсын, сонда қандай да бір субстанцияның сақталу заңын интегралдық түрде былайша бейнелеуге болады:

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_V \rho_N dV = -\oint_S \vec{P}_N d\vec{S} + \int_V q_N dV \quad (4)$$

уақыт бойынша көлемдегі өзгеріс      бет арқылы ағып шығу      көлемде пайда болу

Остроградский – Гаусс теоремасын  $\oint_S \vec{P}_N d\vec{S} = \int_V \text{div} \vec{P}_N dV$  қолдана отырып, (3)

теңдеуді дифференциалдық түрде жазайық:

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_V \rho_N dV = -\int_V \text{div} \vec{P}_N dV + \int_V q_N dV, \text{ немесе}$$

$$\int_V \left( \frac{\partial \rho_N}{\partial t} + \operatorname{div} \vec{P}_N - q_N \right) dV = 0.$$

Көлемді еркімізше қалап алғандықтан, жоғарыдағы теңдеу интеграл астындағы өрнек нөлге тең болған кезде ғана орындалады:

$$\frac{\partial \rho_N}{\partial t} + \operatorname{div} \vec{P}_N - q_N = 0 \quad (5)$$

(5) өрнек – дифференциалдық түрдегі субстанцияның сақталу заңы.

#### Навье – Стокс теңдеулері

Навье – Стокс теңдеулері – құрамына  $u$ ,  $v$ ,  $w$  жылдамдық компоненттері үшін үзіліссіздік (массаның сақталу заңы) және қозғалыс теңдеулері (импульстің сақталу заңы) енетін теңдеулер жүйесі.

#### *Үзіліссіздік теңдеуі*

$N$  субстанция – масса, скалярлық шама болсын, сонда

$\rho_N = \rho$  - тығыздық, скаляр шама.

$q_N$  - бірлік көлемде бірлік уақытта пайда болатын зат мөлшері.  $\vec{P}_N$  - зат ағыны

тығыздығының векторы:  $\vec{P}_N = \rho \vec{v}$ .

Сонда (5) теңдеу мына түрде жазылады:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \operatorname{div}(\rho \vec{v}) = q_N \quad (6)$$

(6) – заттың сақталу заңы немесе үзіліссіздік теңдеуі.

**Біртекті орта** үшін, яғни ешқандай ағын көздері болмаған жағдайда:  $q_N = 0$ . Сонда (6) өрнектен мынаны аламыз:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \operatorname{div}(\rho \vec{v}) = 0 \quad \text{- зат ағыны болмаған кездегі үзіліссіздік теңдеуі.}$$

Мынадай белгілеулер енгізелік:

$$\operatorname{div} \vec{v} = \frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} + \frac{\partial v_z}{\partial z} = \sum_{k=1}^3 \frac{\partial v_k}{\partial x_k} = \frac{\partial v_k}{\partial x_k}.$$

$$\text{Сонда мынадай өрнекті аламыз: } \frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial \rho v_k}{\partial x_k} = 0.$$

**Сығылмайтын сұйық** үшін  $\rho = \text{const}$  және мынадай өрнекті жазуға болады:

$div \vec{v} = 0$  немесе  $\frac{\partial v_k}{\partial x_k} = 0$  - сығылмайтын сұйық үшін үзіліссіздік теңдеуі.

Декарт координата жүйесінде жоғарыдағы теңдеу былай жазылады:

$$\frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} + \frac{\partial v_z}{\partial z} = 0, \quad \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0.$$

**Стационар ағыс** үшін:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = 0, \text{ сонда (6) үзіліссіздік теңдеуі мынадай түрге енеді: } div(\rho \vec{v}) = q_N.$$

3 дәріс. Қозғалыстың сақталу теңдеулері

(5) субстанцияның сақталу заңын жалпы түрде жазайық:

$$\frac{\partial \rho_N}{\partial t} + div \vec{P}_N - q_N = 0.$$

$N$  субстанция – импульс болсын, яғни  $\vec{N} = m \vec{v}$ .

Сонда  $\rho_N = \rho \vec{v}$  - импульс тығыздығы,  $q_N$  – бірлік уақытта бірлік көлемде пайда болатын импульс мөлшері. Мұндағы  $q_N$  - векторлық шама, ал  $\vec{P}_N$  - 2-ші рангті тензор. 2-ші рангті тензор – бұл 9 шаманың жиынтығы, ол екі нақты  $\vec{a}$  және  $\vec{b}$  векторларының компоненттерінің мүмкін болатын көбейтінділерінен тұрады:

$$\begin{pmatrix} a_1 b_1 & a_1 b_2 & a_1 b_3 \\ a_2 b_1 & a_2 b_2 & a_2 b_3 \\ a_3 b_1 & a_3 b_2 & a_3 b_3 \end{pmatrix} = a_i b_k = T_{ik},$$

$i=1,2,3$  – жол нөмірі, ал  $k=1,2,3$  – баған нөмірі.

2-ші рангті тензордың мысалы – Кронекер символы (тензорлық бірлік)  $\delta_{ik}$ :

$$\delta_{ik} = \begin{cases} 0 & i \neq k \\ 1 & i = k \end{cases}, \quad \delta_{ik} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Дискретті нүктелер динамикасына қарағанда тұтас орта динамикасында күштердің өзін емес, олардың кеңістіктегі таралуының тығыздықтарын қолданады, яғни  $\sum \vec{F}_{\rho i}$  - бұл бірлік көлемге қатысты барлық күштердің қосындысы.

Сұйық бөлшектеріне **көлемдік** және **беттік** күштер әсер етеді.

а)  $q_N$  - көлемдік күштер;  $q_N = \vec{F}_i$

б)  $div \vec{P}_N$  - беттік күштер.  $\vec{P}_N = P_{ik}$  - бірлік уақыттағы импульс ағынының тығыздығы, 2-ші рангті тензор, беттік күштерді анықтайды ( $p$  қысым және  $\tau$  үйкеліс күші).

Ағын  $N$  субстанцияның  $S$  бет арқылы конвективті тасымалы және беттік күштердің әсері негізінде пайда болады:

$$P_{ik} = \rho v_i v_k - \sigma_{ik} \quad (7)$$

Мұндағы  $\sigma_{ik}$  - беттік күштердің әсеріне негізделген импульс ағынының тығыздығы,

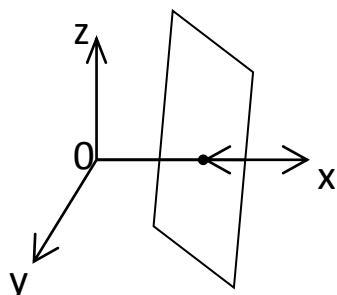
ал  $\rho v_i v_k$  -  $S$  бет арқылы сұйықтың конвективті тасымалы негізіндегі импульс ағынының тығыздығы.

$\sigma_{ik}$  - тұтқыр ортадағы кернеу тензоры, ол қысым және үйкеліс күштерін ескереді.

Қысым күштері бетке тікелей бағытталғандықтан, ал үйкеліс ағынды кемітетіндіктен (тежейді)  $\sigma_{ik}$  шамасы теріс таңбамен алынған.

Осы тензорды мына түрде жазайық:

$$\sigma_{ik} = \begin{pmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{xy} & \sigma_{xz} \\ \sigma_{yx} & \sigma_{yy} & \sigma_{yz} \\ \sigma_{zx} & \sigma_{zy} & \sigma_{zz} \end{pmatrix}$$



6 сурет

Бұл тензордың құрамына беттік күштер енеді, олар бетке перпендикуляр және жанама бағыттала береді.

$\sigma_{xx}$  -  $x$  өсіне перпендикуляр ауданға перпендикуляр бағытталған құраушы (6 сурет). Ол  $x$  өсінің бойымен бағытталған және нормаль күш деп аталады, яғни қысым күші болып табылады.

Осыған ұқсас,  $\sigma_{yy}$  және  $\sigma_{zz}$  құраушылары да сондай.

$\sigma_{xy}$  -  $x$  өсіне перпендикуляр ауданға бағытталған  $y$  өсінің бойымен бағытталған құраушы, ол бетке жанама және үйкеліс күші болып табылады.

Дәл осылайша,  $\sigma_{xz}$ ,  $\sigma_{yz}$ ,  $\sigma_{yx}$ ,  $\sigma_{zx}$ ,  $\sigma_{zy}$  құраушылары үшін де орындалады.

Егер үйкеліс болмаса, жанама күштері нөлге тең. Сәйкесінше, үйкелісі жоқ сұйықта  $\sigma_{xy} = \sigma_{xz} = \sigma_{yz} = \sigma_{yx} = \sigma_{zx} = \sigma_{zy} = 0$  болады. Таңдап алынған беттерге перпендикуляр бағытталған нормаль күштер ғана қалады.

Теріс таңбамен алынған кез келген нормаль кернеуді сұйық қысымы деп атаймыз:

$$\sigma_{xx} = \sigma_{yy} = \sigma_{zz} = -p.$$

Минус таңбасы қысымның әрқашанда сұйықтың таңдап алынған көлемінің ішіне қарай, ал нормальдің бетке, яғни сыртқа қарай бағытталатындығын ескереді.

Сұйық қысымы теріс таңбамен алынған нормаль кернеулердің қосындысының арифметикалық орташасына тең:

$$p = -\frac{1}{3}(\sigma_{xx} + \sigma_{yy} + \sigma_{zz}).$$

Енді жанама кернеулерді анықталық. Ол үшін тұтқыр ортадағы кернеулер тензорынан қысымды бөліп алып, қалған бөлікті  $\sigma'_{ik}$  – тұтқыр кернеу тензоры арқылы белгілеп аламыз, яғни бұл үйкеліс күштеріне негізделген импульс ағынының тығыздығы:

$$\sigma'_{ik} = -p\delta_{ik} + \sigma'_{ik}, \delta_{ik} - \text{тензорлық бірлік.}$$

Тұтқыр кернеу тензоры  $\sigma'_{ik}$  үйкеліс күштеріне негізделген және оның әсері сұйық қабаттарының салыстырмалы қозғалысы болған сәтте ғана байқалады, яғни сұйық қабаттары әр түрлі жылдамдықтарға ие болуы тиіс. Импульс ағынын тудыру үшін жылдамдықтың градиенті болуы тиіс. Ньютонның үйкеліс заңынан (3) тұтқырлық күштері жылдамдыққа  $v$  емес, сол жылдамдықтың градиентіне  $grad v$  тәуелді болатындығы шығады.

Тұтқыр кернеу тензорының жалпы түрі мынадай:

$$\sigma'_{ik} = a\left(\frac{\partial v_i}{\partial x_k} + \frac{\partial v_k}{\partial x_i}\right) + b\delta_{ik} \frac{\partial v_j}{\partial x_j}.$$

Мұндағы  $a, b$  –  $\vec{v}$  және  $grad \vec{v}$  шамаларына тәуелді емес коэффициенттер. Олай болмағанда жоғарыдағы өрнек сызықты болмас еді.  $a$  және  $b$  ортаның қасиеттеріне, оның термодинамикалық сипаттамаларына ( $p, T$ ) тәуелді. Ландау осы қос  $a$  және  $b$  – ны тұтқырлық коэффициенттері деп атады. Олар үшін мынадай теңдіктер орынды:  $a = \mu$ ,

$$b = -\frac{2}{3}\mu.$$

Сонда тұтқыр кернеу тензоры мынаған тең:

$$\sigma'_{ik} = \mu \left( \frac{\partial v_i}{\partial x_k} + \frac{\partial v_k}{\partial x_i} - \frac{2}{3}\delta_{ik} \frac{\partial v_j}{\partial x_j} \right).$$

Осылайша, осы өрнекті (7) теңдеуге қойып, мынаны аламыз:

$$P_{ik} = \rho v_i v_k - \mu \left( \frac{\partial v_i}{\partial x_k} + \frac{\partial v_k}{\partial x_i} - \frac{2}{3}\delta_{ik} \frac{\partial v_j}{\partial x_j} \right) + p\delta_{ik}$$

(5) субстанцияның сақталу заңы енді мынадай түрге келеді:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho v_i) + \frac{\partial}{\partial x_k} \left\{ -\rho v_k v_i + p\delta_{ik} - \mu \left( \frac{\partial v_i}{\partial x_k} + \frac{\partial v_k}{\partial x_i} - \frac{2}{3}\delta_{ik} \frac{\partial v_j}{\partial x_j} \right) \right\} = F_{\rho i}$$

Үзіліссіздік теңдеуін ескерсек:

$$\rho \frac{\partial v_i}{\partial t} + \rho v_k \frac{\partial v_i}{\partial x_k} + \frac{\partial p}{\partial x_i} - \frac{\partial}{\partial x_k} \left\{ \mu \left( \frac{\partial v_i}{\partial x_k} + \frac{\partial v_k}{\partial x_i} - \frac{2}{3} \delta_{ik} \frac{\partial v_j}{\partial x_j} \right) \right\} = F_{\rho i} \quad (8)$$

(6) және (8) теңдеулері бірігіп, Навье-Стокстың қозғалыс теңдеулер жүйесін береді, ол өз кезегінде тұтқыр сұйықтың кез келген қозғалысын сипаттайды.

Тұрақты қасиеттері бар сығылмайтын сұйық ағысы

Тұрақты физикалық қасиеттері бар сұйық үшін:

$$\mu = const; \quad \rho = const.$$

Сығылмайтын сұйық үшін үзіліссіздік теңдеуі мына түрде жазылады:

$$div \vec{v} = 0 \quad \text{немесе} \quad \frac{\partial v_k}{\partial x_k} = 0.$$

Онда (8) теңдеу келесі түрде жазылады:

$$\rho \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + \rho (\vec{v} \nabla) \vec{v} = -\nabla p + \mu \Delta \vec{v} + \vec{F} \quad (9)$$

Бұл тұрақты қасиеттері бар сығылмайтын сұйыққа арналған векторлық түрдегі импульстің сақталу заңы (немесе қозғалыс теңдеуі). Мысалы, екіөлшемді ағыс үшін координата өстеріндегі проекцияларда (9) теңдеу екі скаляр теңдеуге жіктеледі.

$$\begin{aligned} \rho \frac{\partial u}{\partial t} + \rho u \frac{\partial u}{\partial x} + \rho v \frac{\partial u}{\partial y} &= \\ &= -\frac{\partial p}{\partial x} + \mu \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) + F_x \quad i=1; k=1,2 \\ \rho \frac{\partial v}{\partial t} + \rho v \frac{\partial v}{\partial x} + \rho u \frac{\partial v}{\partial y} &= \\ &= -\frac{\partial p}{\partial y} + \mu \left( \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) + F_y \quad i=1; k=1,2 \end{aligned} \quad (10)$$

Координата түріндегі үзіліссіздік теңдеуі:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0$$

Бұл теңдеулер жүйесі 3 теңдеуден және 3 айнымалыдан тұрады:  $u$ ,  $v$ ,  $p$ .

Егер сұйық сығылатын болса, онда  $\mu \neq const$ ,  $\rho \neq const$ , бұл жағдайда айнымалылардың саны 5 болады:  $u$ ,  $v$ ,  $p$ ,  $\mu$ ,  $\rho$ .  $\mu$  және  $\rho$  анықтау үшін күй теңдеуін  $p = p(\rho, T)$  және тұтқырлықтың температураға тәуелділігін  $\mu = \mu(T)$  қосу керек.



(8) – 2-ші ретті дербес туындылы бейсызық дифференциалдық теңдеулер жүйесі. Оны шешу үшін бастапқы және шекаралық шарттарды білу керек, олар берілген есептің түріне қатысты анықталады.

*Навье – Стокс теңдеулерінің қолданылу аясы.* Сығылмайтын сұйық үшін Навье – Стокс теңдеулерінің шешімі күрделі мәселе болып табылады. Бүгінге дейін осы теңдеулерді кейбір қарапайым қозғалыс түрлері үшін ғана шешу мүмкін болды. Мысалы, тұтқыр сұйықтың жазық құбыр бойымен ағысы – Пуазейль есебі, біреуі қозғалмайтын, ал екіншісі тұрақты жылдамдықпен қозғалатын жазық қос параллель пластиналар арасындағы ағыс – Куэтта есебі, критикалық нүкте маңындағы ағыс – Хименц – Хоуарт есебі және т.б. Тұтқыр сұйық гидродинамикасының есептері әдетте жуықтау арқылы Навье – Стокс теңдеулеріндегі кейбір мүшелерді алып тастау жолымен шешіледі. Бұл мүшелер кейбір нақты жағдайларда өзге мүшелермен салыстырғанда шексіз аз болуы мүмкін.

4 дәріс. Энергияның сақталу теңдеуі

Егер есеп изотермиялық болмаса, онда энергияның сақталу заңы теңдеуін шешуге тура келеді. (5) теңдеудегі  $N$  субстанция энергия болсын. Онда  $\rho_N$  – энергия тығыздығы, яғни сұйықтың бірлік көлемінің энергиясы.

а) Орта қозғалыста болғандықтан оның кинетикалық энергиясы  $\rho \frac{v^2}{2}$  болады.

б) Орта тұтас болғандықтан, оның ішкі энергиясы  $\rho \varepsilon$  болады, сонда:

$$\rho_N = \rho \frac{v^2}{2} + \rho \varepsilon = \rho U$$

мұндағы  $U = \frac{v^2}{2} + \varepsilon$  – меншікті энергия, яғни ортаның бірлік массасына қатысты

энергия.

$q_N$  - энергияның пайда болу жылдамдығы (бірлік уақытта бірлік көлемде пайда болатын энергия мөлшері). Мысалы, химиялық реакцияларда, фазалық ауысулардың, түрленулердің, жанудың нәтижесінде пайда болатын жылу.  $\vec{P}_N$  - энергия ағынының тығыздығы. Энергия ағынының тығыздығын тудыратын себептерді қарастырайық.

⇒ Сұйық

қозғалысының есебінен – энергияның конвективті тасымалы:  $\rho U v_k$ .

⇒ Бірлік

көлемдегі қысым күштерінің жұмысы (сығылу, сиретілу):  $p v_k$ .

⇒ Үйкеліс

күштерінің (тұтқырлықтың) жұмысы:  $-\sigma'_{ik} v_k$ ;  $\sigma'_{ik}$  - тұтқыр кернеу тензоры.

⇒ Жылуөткізгіш

іштіктің есебінен жылу тасымалы:  $-\lambda \frac{\partial T}{\partial x_j}$  - Фурье заңы. Бұл бірлік уақыттағы

бірлік бет бойынша жылу ағыны.  $\lambda$  - жылуөткізгіштік коэффициенті;  $\lambda = \lambda(T, p)$ .

⇒ Егер орта

өткізгіш болса, онда электромагниттік энергия ағынын ескеру керек (Умов – Пойнтинг векторы). Біз өткізбейтін ортаны қарастырамыз.

Сонда:

$$P_N = \rho U v_k + \rho v_k - \sigma'_{ik} v_k - \lambda \frac{\partial T}{\partial x_j}$$

Субстанцияның сақталу заңының өрнегіне (5) шамалардың белгіленуін орындарына қойып, мынаны аламыз:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t}(\rho U) = \\ = -\frac{\partial}{\partial x_k} \left( \rho U v_k + p v_k - \sigma'_{ik} v_k - \lambda \frac{\partial T}{\partial x_j} \right) + q_N \end{aligned} \quad (11)$$

Үйкеліс пен жылуөткізгіштіктің әсерінен келетін жылу ішкі энергия мен көлемнің өзгерісіне жұмсалады. Осы теңдеуді түрлендірейік. Ол үшін  $i$  энтальпия мен  $i_0$  толық энтальпияны енгіземіз:

$$i = c_p T = (C_v + R)T, \quad i_0 = i + \frac{v^2}{2}$$

$$i = \varepsilon + \frac{p}{\rho}, \quad U = \frac{v^2}{2} + i - \frac{p}{\rho} = i_0 - \frac{p}{\rho};$$

$$U = i_0 - \frac{p}{\rho}.$$

$i_0$  толық энтальпия немесе тежелу энтальпиясы үлкен жылдамдықтағы есептерде пайда болады. Сұйық қозғалысы барысында  $i$  мен  $v$  өзгереді. Егер қандай да бір жердегі жылдамдық нөлге тең болса, онда  $i = i_0$ .

$v$  және  $\sigma'_{ik}$  арналған өрнектерді (11) өрнекке қойып және (6) үзіліссіздік теңдеуін ескеріп, Прандтль санын  $Pr = \frac{v}{a}$  енгіземіз, мұндағы  $a$  - температураөткізгіштік

коэффициенті:  $a = \frac{\lambda}{\rho c_p}$  немесе  $\frac{\lambda}{\mu c_p} = \frac{1}{Pr}$ .

Газдар үшін  $Pr \approx 1$ ; ауа үшін  $Pr = 0,72$ .

Сонда келесі өрнекті шығарып аламыз:

$$\begin{aligned} \rho \frac{di_0}{dt} = \frac{\partial p}{\partial t} + \text{div} \mu \left\{ \nabla \left( v^2 + \frac{i}{Pr} \right) - \right. \\ \left. - \left[ \vec{v} \cdot \text{rot} \vec{v} \right] - \frac{2}{3} \delta_{ik} \vec{v} \text{div} \vec{v} \right\} + q_N \end{aligned} \quad (12)$$

(12) – энергия теңдеуі. Ол  $i = c_p T$  қатысты сызықты.

Сұйықтың стационар қозғалысы. Энергия теңдеуінің дивергенттік түрі.  
Теңдеулердің толық жүйесін жазайық:

$$\rho \frac{\partial v_i}{\partial t} + \rho v_k \frac{\partial v_i}{\partial x_k} = -\frac{\partial p}{\partial x_i} - \frac{\partial}{\partial x_k} \left\{ \mu \left( \frac{\partial v_i}{\partial x_k} + \frac{\partial v_k}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \mu \delta_{ik} \frac{\partial v_j}{\partial x_j} \right\} + F_i$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \operatorname{div}(\rho \vec{v}) = 0 \quad (13)$$

$$\rho \frac{di_0}{dt} = \frac{\partial p}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_k} \left\{ \mu \left( \nabla \left( v^2 + \frac{i}{Pr} \right) \right) - \left[ \vec{v} \cdot \operatorname{rot} \vec{v} \right] - \frac{2}{3} \delta_{ik} \vec{v} \operatorname{div} \vec{v} \right\} + q_N$$

Сығылмайтын сұйық үшін үзіліссіздік теңдеуі:  $\operatorname{div} \vec{v} = 0$ .

Стационар жағдайдағы қозғалыс теңдеуі келесі түрде жазылады:

$$\rho v_k \frac{\partial v_i}{\partial x_k} = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \mu \frac{\partial^2 v_i}{\partial x_k^2} + F_i$$

немесе векторлық түрде:

$$\rho (\vec{v} \nabla) \vec{v} = -\nabla p + \mu \Delta \vec{v} + \vec{F}.$$

Сонда энергия теңдеуін былайша жазуға болады:

$$\operatorname{div} \left\{ \left( \rho i_0 \vec{v} \right) - \mu \nabla \left( v^2 + \frac{i}{Pr} \right) + \mu \left[ \vec{v} \cdot \operatorname{rot} \vec{v} \right] \right\} = q_N$$

Толық тежелу энтальпиясын  $i_0 = i + v^2/2$  қолданып, мынаны аламыз:

$$\operatorname{div} \left\{ \rho \vec{v} \left( i + \frac{v^2}{2} \right) - \mu \nabla \left( v^2 + \frac{i}{Pr} \right) + \mu \left[ \vec{v} \cdot \operatorname{rot} \vec{v} \right] \right\} = q_N \quad (14)$$

(14) – сығылмайтын сұйықтың стационар ағысы үшін энергия теңдеуінің дивергенттік түрі.

Бізде енді 5 теңдеу және 8 айнымалы бар:  $u, v, w, p, \rho, \mu, T, \lambda$ .

Енді тағы 3 теңдеу қажет:

1) Қарастырылып отырған ортаның термодинамикалық күй теңдеуі.

Газ үшін (идеал сұйық) Бойль – Мариотт теңдеуін қолдануға болады  $pV = \frac{m}{M} RT$  ;

2)  $\mu = \mu(T)$  тәуелділігі

Газдар үшін  $\mu = cT^n$ ,  $0 \leq n \leq 1$ ;

Сұйықтар үшін:

$$\frac{\mu}{\mu_0} = \frac{1}{1 + R(T - T_0)}, \quad \frac{\mu}{\mu_0} = e^{-b(T - T_0)}.$$

3)  $\mu$  және  $\lambda$  арасындағы байланыс:

$$Pr = \frac{\nu}{a} = \frac{\mu/\rho}{\frac{\lambda}{\rho c_p}} = \frac{\mu c_p}{\lambda} = 0,72, \quad a = \frac{\lambda}{\rho c_p};$$

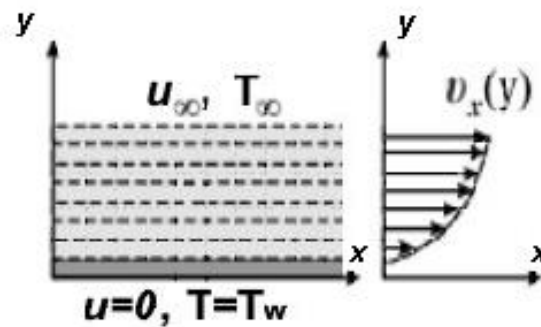
газдар үшін температуралардың кең интервалында  $c_p = const$ .

Егер  $\rho = const$ ;  $\mu = const$ ;  $\lambda = const$  болса, онда айнымалылардың саны 5 және теңдеулердің де саны 5 болады.

Интегралдау тұрақтыларын анықтау үшін бастапқы және шекаралық шарттарды көрсету керек. Мысалы, бетті сұйық орай аққанда жылдамдық пен температура шарттары былайша болуы мүмкін (7 сурет):

$$y = 0 \text{ болғанда } u = 0, T = T_w;$$

$$y \rightarrow \infty \text{ болғанда } u = u_\infty, T = T_\infty.$$



7 сурет

Бұл бірінші текті шекаралық шарттар. Қабырғадағы температура үшін екінші текті шекаралық шарттар берілуі мүмкін, бұл кезде қабырғаның температурасы беттегі жылулық баланс шартынан табылады:

$$q_w = -\lambda \frac{\partial T}{\partial y} \Big|_w.$$

$q_w$  белгілі болуы тиіс.

Егер қабырға адиабатты болса,  $q_w = 0$ .

5 дәріс. 3D моделдеу компьютерлік бағдарламаларына қысқаша шолу. Артықшылықтары мен кемшіліктерін талдау

6 дәріс. 3D моделдеудің алгоритмі. Бастапқы және шекаралық шарттар. Шекті айырымды сызбалар мен олардың классификациясы

Бастапқы және шекаралық шарттар

(34) бейстационар тасымал теңдеулерін шешу үшін бастапқы және шекаралық шарттарды беру керек. Навье-Стокс теңдеулерін шешу барысында қарастырылып отырған облыстың барлық шекараларында шекаралық шарттарды қою керек. Шекаралық шарттарды таңдап алу барысында жіберілетін қателіктер физикалық тұрғыдан мағынасы жоқ нәтижеге немесе шекті-айырымды сызбаның орнықсыздығына алып келуі және осы тектес қателіктер есептік шығындар мен өзге де қателіктердің туындауына себепші болуы мүмкін.

Конвективті жылу масса тасымалын сипаттайтын теңдеулерді шешу үшін кейде шекаралық шарттарды есептеуге қолайлы және физикалық мәні бар етіп құрастыру қиынға соғады. Сондықтан сандық үлгілеуде жиірек бастапқы шамалардың шекаралық мәндерін есептеу үшін тұтқыр қабат ұғымы қолданылатын жағдайларда «жақтаулық заңдар» қолданылады. Аталмыш ұғым шекаралық шарттардың дәлірек қойылғандығына сәйкес келеді.

Біздің есебіміз үшін бастапқы және шекаралық шарттарды құрастырайық:

а) **Бастапқы шарттар.**  $u$ ,  $v$ ,  $w$  және  $P$  айнымалыларының бастапқы ( $t=0$  болғандағы) мәндері әдетте шешімнің барша облысында нөлге тең деп қабылданады. Кейде бастапқы мәндер ретінде ертеректе алынған үйлесетін шешімдер де қолданыла береді.

б) **Шекаралық шарттар.** Жану камераларында есептеу облысының шекаралары деп қатты қабырғалар мен еркін беттер айтылады. Еркін беттер деп жану камерасының кірісі (отын мен тотықтырғышты жіберетін орындар), шығысы мен симметрия жазықтығы аталады. Осындай есептерде аса қиындық тудыратын жағдай – кіріс пен шығыстағы шекаралық шарттардың қойылуы. Барлық айнымалылардың кіріс пен шығыстағы таралуы көптеген жағдайларда бізге белгілі бола бермейді. Сұйық динамикасында әдетте Нейман шарттары (екінші текті шарттар) мен Дирихле шарттары (бірінші текті шарттар) қолданылады: алғашқысында шекараларда нормаль бойынша туындылар беріледі, ал екінші жағдайда шекаралардағы айнымалылардың мәндері қойылады. Қолданылып отырған шарттардың түріне қарай есептеу облысының шекараларында орналасқан ұяшықтардың беті арқылы ағып өтетін диффузиялық және конвективті ағындарды анықтап алу қажет.

Кіріс пен шығыстағы шекаралық шарттарды таңдап алудың салдарын азайту мақсатында осы шекаралар зерттелініп отырған облыстан мүмкіндігінше алыс жатуы тиіс [77]. Итерацияны жүргізу барысында айырымдық шекаралық шарттарды беру үшін есептеу аймағынан тыс жатқан қосымша бақылаушы көлемдер қолданылады. Қозғалыс теңдеуін шешуге арналған шекаралық шарттарды жазайық. Қозғалыс теңдеуі үшін шекараларда жылдамдық құраушыларының мәндері немесе жылдамдықтың нормаль және тангенциаль градиенттері берілуі тиіс. Аталмыш есеп үшін мынадай шекаралық шарттарды таңдап алайық:

Кіріс: -  $u_i$  – кірістегі жылдамдықтардың мәндері

$$\text{Шығыс: } - \left. \frac{\partial u_i}{\partial x_i} \right|_{no} = 0 \quad (57)$$

$$(57) \text{ соңғы шарт [13, 28] қолданылатын «жұмсақ» шекаралық шарттармен } \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_i^2} \Big|_{no} = 0$$

салыстырғанда қатаң болып есептеледі.

$$\text{Симметрия жазықтығы: } u_i \Big|_{no} = 0, \frac{\partial u_i}{\partial x_i} \Big|_{no} = 0, \quad (58)$$

$$\text{Қатты бет: } u_i \Big|_{no}=0, \frac{\partial u_i}{\partial x_i} \Big|_{no}=0, u_i \Big|_{ta}=0$$

Қатты қабырғада импульс ағынын дұрыс анықтап алған маңызды. Егер ағыс облысының барлық жеріндегі тиімді тұтқырлық турбуленттік тұтқырлықпен сәйкес келеді деп санайтын болсақ, онда камераның қатты беттеріне жақын маңайларда сандық есептеулерден алынған жылдамдықтар профилінің тәжірибелік мәндерден айтарлықтай ерекшеленетіндігіне көз жеткіземіз. Бұл қабырғаларға жақын маңайда тұтқыр қабатасты пайда болатындығымен түсіндіріледі: осы қабатастында физикалық тұтқырлықты ескермеуге болмайды, ал турбуленттік пен физикалық тұтқырлықтардың теңдігі жөніндегі болжам жанама кернеулердің қабырғаларға жуық маңайлардағы мәндерін асыра бағалап жібергендігімізге нұсқайды. Осының салдарынан аталмыш облыстағы есептеулердің қателігі айтарлықтай артып кетеді.

Қабырғадағы шекаралық шарттарды, мысалы, тұтқыр қабатастын ескерудің есебінен дұрыс қоюға болады. Бұл қабатастында ағыс квазиламинарлық деп есептеледі, өйткені, турбуленттік пульсациялар оған ағыстың сыртқы жағынан келіп енеді және бетке жақындаған сайын молекулалық тұтқырлықтың әсерінен өшеді [13].

Ламинарлық ағыстар үшін қабырғаға ең жақын жатқан түйін мен қабырға арасындағы жылдамдықтардың сызықты таралуын қолданады:

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_j} \Big|_{ta} = \frac{u_{i,wp} \Big|_{ta}}{\Delta x_{w,p}} \quad (59)$$

Онда қабырғадағы үйкеліс кернеуі үшін мынаны аламыз:

$$\tau_w = \mu \frac{u_{i,wp} \Big|_{ta}}{\Delta x_{w,p}} \quad (60)$$

Турбуленттік ағыстар үшін [146] жұмыста (60) теңдеуге қуалау көбейткішін  $0 < f < 1$  енгізу немесе деформациялаушы факторды ескеру ұсынылған [145]. [13] жұмыста есептеулер ағын ядросынан қабырғаға жақын маңайдағы ламинарлыққа дейінгі аймақтағы тиімді тұтқырлықтың турбуленттіктен өзгерісін сипаттайтын өтпелі өрнектерді қолданудың негізінде нақтыланған.  $k$ - $\varepsilon$  үлгісінің көмегімен турбуленттілікті үлгілеу барысында қабырғадағы импульстің турбуленттік ағынын анықтау үшін [147-148] жұмыстарда ұсынылған эмпирикалық жақтаулық функциялар қолданылады:

$$\tau_w = \frac{\rho C_\mu^{0.25} k_{wp}^{0.5} \kappa}{\ln[EEy_*]} u_{i,wp} \Big|_{ta} \quad (61)$$

Карман тұрақтысының мәні  $\kappa=0.41$  тәжірибелік жолмен алынған, ал  $EE=5.5$  тұрақтысы гидравликалық тегіс қабырғаларға арналған. Қысымға түзетуді енгізу үшін есептеу облысының барлық шекараларында Нейман шарты қолданылады:

$$\Delta \hat{p} \Big|_{\text{граница}} = 0 \quad (62)$$

Энергия теңдеуін шешу үшін шекаралық шарттар.

Кіріс:  $h = c_p T$  - кірістегі ағынның температурасы беріледі.

$$\text{Шығыс: } \left. \frac{\partial h}{\partial x_i} \right|_{no} = 0 \quad (63)$$

$$\text{Симметрия жазықтығы: } \left. \frac{\partial h}{\partial x_i} \right|_{no} = 0, \quad \left. \frac{\partial h}{\partial x_i} \right|_{ia} = 0 \quad (64)$$

Қатты қабырғаларда температура үшін шекаралық шарттардың сан алуан түрлері қойылуы мүмкін. Адиабаттық қабырғалар үшін жылу ағыны  $q_w$  нөлге тең және осындай жағдайда симметрия жазықтығындағыдай шекаралық шарттар қолданылады. Сұйық пен қабырға арасында жылу алмасу орнаған жағдайда қабырғаның температурасын немесе жылу ағынын беруге болады. Егер тәжірибелік немесе аналитикалық жолмен конвективті жылу беру коэффициенті  $\alpha$  анықталған болса, онда мына шартты қолдануға болады:

$$q_w = \alpha(T_{wp} - T_w) \quad (65)$$

Сұйық пен белгілі температурадағы қабырға арасындағы конвективті жылу алмасу қабырғаға жақын маңайдағы ағыспен анықталады. Егер  $y_* \leq 60$  шарты орындалса, онда жылу ағыны мына қатынаспен анықталады:

$$q_w = \lambda \frac{T_{wp} - T_w}{\Delta x_{wp}} \quad (66)$$

Турбуленттіліктің  $k$ - $\varepsilon$  үлгісі үшін шекаралық шарттарды жазайық. Өте сирек жағдайларда кірістегі  $k$  мен  $\varepsilon$  таралуы белгілі болатындықтан, әдетте олардың мәндеріне бағалау жүргізіледі. Кірісте изотропты турбуленттілігі бар толық дамыған ағыс болады деген болжам жиі жасалады. Онда  $k$  турбуленттіліктің кинетикалық энергиясы турбуленттіліктің дәрежесі  $T_u$  бойынша бағаланады:

$$T_u = \frac{(u'^2)^{1/2}}{\bar{u}}, \quad (67)$$

Аталмыш турбуленттіліктің дәрежесі техникалық ағындардың барлық қималарында 5-тен 20%-ға дейін өзгеріп отырады [150].

Онда кірістегі турбуленттіліктің кинетикалық энергиясы үшін мынаны аламыз:

$$k_{\text{вход}} = \frac{3}{2} (\bar{u}_{\text{i,вход}} T_u)^2 \quad (68)$$

Кірістегі турбуленттік энергияның  $\varepsilon$  диссипациясының дәрежесін бағалау үшін тәжірибелік мәліметтер жоқтың қасы. Алайда, толығымен дамыған изотропты турбуленттілігі бар ағыстарда турбуленттіліктің кинетикалық энергиясының өндірісі мен диссипациясы тепе – тең күйде болады. [151] жұмыста кірістегі энергияның диссипациясы үшін мынадай қатынас берілген:

$$\varepsilon_{\text{вход}} = C_\mu^{0.75} \frac{k^{3/2}}{L_m}, \quad (69)$$

мұндағы  $L_m$  – араласу жолының ұзындығы, ол мына қатынаспен анықталады:  $L_m = 0.03 (4S/P)$ . Мұндағы  $S$  – аудан,  $P$  – кірістегі бақылаушы көлемнің периметрі (біздің есеп үшін – жанарғының шығысы бөлінген ұяшықтар).

$$\text{Шығыс: } \left. \frac{\partial k}{\partial x_i} \right|_{no} = 0, \quad \left. \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_i} \right|_{no} = 0 \quad (70)$$

$$\text{Симметрия жазықтығы: } \left. \frac{\partial k}{\partial x_i} \right|_{no} = 0, \quad \left. \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_i} \right|_{no} = 0 \quad (71)$$

Қатты қабырғадағы шарттарға келер болсақ, онда жақтаулық облыстарда  $k$ - $\varepsilon$  үлгісі қолданыстан шығып қалады. Қабырғадағы  $k$  және  $\varepsilon$  арналған шекаралық шарттарды алу үшін осы облыстағы ағыс бірөлшемді және қысымның градиенті болмайды деп жорамалданады. Ұқсастық ұғымдарына сүйене отырып, [149] ламинарлық шекаралық қабат үшін мынаны шығарып алуға болады:

$$\frac{u_i|_{ta}}{u_*} = U^+ = y_* \quad (72)$$

және турбуленттік шекаралық қабат үшін:

$$\frac{u_i|_{ta}}{u_*} = U^* = \frac{1}{\kappa} \ln[y_* EE] \quad (73)$$

Мұндағы динамикалық жылдамдық  $u_*$  пен өлшемсіз арақашықтық  $y_*$  мына қатынастармен анықталады:

$$y_* = \frac{u_* \Delta x_{i,WP} \rho}{\mu}, \quad u_* = \sqrt{\frac{\tau_w}{\rho}} \quad (74)$$

Турбуленттілік энергиясының өндірісі мен диссипациясы арасында жергілікті тепе-теңдік орнаған жағдайда мынаны аламыз [147-148, 77, 152]:

$$u_*^2 = k_{WP} C_\mu^{1/2} \quad (75)$$

(74) пен (75) теңдеулерден мынау шығады:

$$\tau_w = \frac{\rho C_\mu^{0.25} k_{WP}^{0.5} \kappa}{\ln[EE y_*]} u_{i,WP}|_{ta} \quad (76)$$

(76) теңдеу мына облыс үшін орынды:  $60 \leq y_* \leq 500$ .

Кіші өлшемсіз қашықтықтарда  $y_* < 60$  ағысты ламинарлық деп санауға және мына қатынасты қолдануға болады:

$$\tau_w = \mu \frac{\Delta u_i|_{ta}}{\Delta x_w p} \quad (77)$$

(69) теңдеудегі диссипация энергиясын анықтау үшін  $L_m$  ұзындықтың масштабы қабырғадан алыстаған сайын сызықты түрде өзгеріп отырады деп жорамалданады, сонда  $\varepsilon_{WP}$  үшін мынаны аламыз:

$$\varepsilon_{WP} = C_\mu^{3/4} \frac{k_{WP}^{3/2}}{\kappa x_{i,WP}} \quad (78)$$

Турбуленттіліктің кинетикалық энергиясының тасымалы теңдеуіндегі (5) көздік мүше  $S_k = \Pi - \rho \varepsilon$  жақтаулық функциялардың көмегімен үлгіленеді. (7) теңдеудегі  $\Pi$  үшін туынды тангенциаль жылдамдықтардың орнына (76) немесе (77) бойынша үйкеліс кернеуі қолданылады. Турбуленттік энергияның диссипациясының дәрежесінің градиенттері қабырғаға әсіресе жақын маңайда үлкен болатындықтан, мұнда жақтаулық бақылаушы

көлем бойынша оның орташаланған мәнін қолдануға болады:  $\rho \varepsilon = \frac{1}{x_{i,WP}} \int_0^{x_{i,WP}} \rho \varepsilon dx_i$ , мұндағы

$\varepsilon$  (78) арқылы анықталады.



Турбуленттіліктің к-ε үлгісін қолданғанда жылу алмасу жақтаулық (эмприкалық) функциялардың көмегімен есептеледі [153]:

$$q_w = \frac{c_p(T_w - T_{wp})(\tau_w / \rho)^{0.5}}{\sigma_{h, \text{п.ж.}} \left[ \frac{1}{\kappa} \ln[EEy_*] + P(\sigma_h / \sigma_{h, \text{п.ж.}}) \right]}, \quad (79)$$

мұндағы:  $60 < y_* < 500$ ,

$$P(\sigma_h / \sigma_{h, \text{турб}}) = 9.24[(\sigma_h / \sigma_{h, \text{турб}})^{3/4} - 1][1 + 0.28e^{(-0.007\sigma_h / \sigma_{h, \text{турб}})}]$$

Компоненттердің концентрацияларының тасымалы теңдеуі үшін шекаралық шарттар

Кіріс:  $c_\beta$  - компонент концентрациясының мәні,

$$\text{Шығыс: } \left. \frac{\partial c_\beta}{\partial x_i} \right|_{no} = 0, \text{ симметрия өсі: } \left. \frac{\partial c_\beta}{\partial x_i} \right|_{no} = 0, \text{ бетте: } \left. \frac{\partial c_\beta}{\partial x_i} \right|_{no} = 0$$

### Тейлор қатарына жіктеу әдісі

$f(x)$  функциясын  $x_i$  нүктесінің маңайында Тейлор қатарына жіктейік:

$$f(x_{i+1}) = f(x_i) + \left. \frac{df}{dx} \right|_i (x_{i+1} - x_i) + \frac{1}{2} \left. \frac{d^2 f}{dx^2} \right|_i (x_{i+1} - x_i)^2 + \\ + \frac{1}{6} \left. \frac{d^3 f}{dx^3} \right|_i (x_{i+1} - x_i)^3 + \mathcal{O}(\Delta x^4),$$

мұндағы ЖРМ – жоғары ретті мүшелер.

Бікшамдау үшін төмендегідей белгілеулер енгіземіз:

$$\Delta x = x_{i+1} - x_i, \quad f_{i+1} = f(x_{i+1}), \quad f_i = f(x_i), \quad f_{i-1} = f(x_{i-1}).$$

Соңғы өрнекті жаңа белгілеулер арқылы жазайық:

$$f_{i+1} = f_i + \left. \frac{df}{dx} \right|_i \Delta x + \frac{1}{2} \left. \frac{d^2 f}{dx^2} \right|_i \Delta x^2 + \\ + \frac{1}{6} \left. \frac{d^3 f}{dx^3} \right|_i \Delta x^3 + \mathcal{O}(\Delta x^4). \quad (2.2)$$

Барлық жоғары ретті мүшелерді былайша белгілеп алайық:

$$\mathcal{O}(\Delta x^2) = \frac{1}{2} \left. \frac{d^2 f}{dx^2} \right|_i \Delta x^2 + \frac{1}{6} \left. \frac{d^3 f}{dx^3} \right|_i \Delta x^3 + \mathcal{O}(\Delta x^4),$$

онда (2.2) өрнек мынадай түрге ие болады:

$$f_{i+1} = f_i + \left. \frac{df}{dx} \right|_i \Delta x + \mathcal{O}(\Delta x^2).$$

Мұндағы  $\mathcal{O}(\Delta x^2)$  белгілеуі келесі қосылғыштардың ең кіші реті екіге тең екендігін білдіреді; қалған қосылғыштардың реті жоғары болады. Осы жерден  $i$  нүктесіндегі бірінші туындыны табайық:

$$\left. \frac{df}{dx} \right|_i = \frac{f_{i+1} - f_i}{\Delta x} + \mathcal{O}(\Delta x).$$

$O(\Delta x)$  белгіленуі енді келесі қосылғыштардың ең кіші реті бірге тең екендігін білдіреді. Қатарға жіктегенде пайда болатын осы қосымшаны алып тастап, бірінші туынды үшін жуықталған өрнекті аламыз:

$$\left. \frac{df}{dx} \right|_i \approx \frac{f_{i+1} - f_i}{\Delta x}. \quad (2.3)$$

Бұл өрнек «**алға**» шекті – айырымды қатынасы немесе бірінші туындының оң жақты шекті-айырымды аппроксимациясы деп аталады. (2.3) теңдеу бірінші туындыны  $\Delta x$  аппроксимация қателігімен аппроксимациялайды, яғни теңдеу **бірінші ретті дәлдікке** ие.

Туынды үшін шекті-айырымды өрнекті алу үшін  $f(x)$  функциясын  $x_{i-1}$  нүктесінде Тейлор қатарына жіктеуге болады:

$$f_{i-1} = f_i - \left. \frac{df}{dx} \right|_i \Delta x + \frac{1}{2} \left. \frac{d^2 f}{dx^2} \right|_i \Delta x^2 - \frac{1}{6} \left. \frac{d^3 f}{dx^3} \right|_i \Delta x^3 + \mathcal{O}(\Delta x^4) \quad (2.4)$$

Осыдан мынаны шығарып аламыз:

$$\left. \frac{df}{dx} \right|_i = \frac{f_{i+1} - f_i}{\Delta x} + \mathcal{O}(\Delta x)$$

немесе

$$\left. \frac{df}{dx} \right|_i \approx \frac{f_i - f_{i-1}}{\Delta x}. \quad (2.5)$$

Бұл өрнек «**артқа**» шекті – айырымды қатынасы немесе бірінші туындының **сол жақты шекті-айырымды аппроксимациясы** деп аталады. (2.5) өрнегі (2.3) өрнек сияқты бірінші ретті дәлдікке ие.

Туынды үшін шекті-айырымды сызбаны  $f(x)$  функциясын Тейлор қатарына жіктеу арқылы алудың тағы бір үшінші әдісі бар. Ол үшін (2.2) өрнегінен (2.4) өрнекті мүшелеп алып тастаймыз:

$$f_{i+1} - f_{i-1} = 2 \left. \frac{df}{dx} \right|_i \Delta x + \frac{1}{3} \left. \frac{d^3 f}{dx^3} \right|_i \Delta x^3 + \mathcal{O}(\Delta x^5)$$

Осы жерден туындыны анықтаймыз:

$$\left. \frac{df}{dx} \right|_i = \frac{f_{i+1} - f_{i-1}}{2\Delta x} - \frac{1}{6} \left. \frac{d^3 f}{dx^3} \right|_i \Delta x^2 + \mathcal{O}(\Delta x^4)$$

немесе

$$\left. \frac{df}{dx} \right|_i = \frac{f_{i+1} - f_{i-1}}{2\Delta x} + O(\Delta x^2).$$

Жоғарыдағы теңдеуден жуықталған өрнекті аламыз:

$$\left. \frac{df}{dx} \right|_i \approx \frac{f_{i+1} - f_{i-1}}{2\Delta x}. \quad (2.6)$$

Бұл өрнек **орталық шекті-айырымды қатынас** деп аталады және (2.3) пен (2.5) өрнектерге қарағанда **екінші ретті дәлдікке** ие, өйткені, бұл өрнекті қорытып шығару барысында екінші ретті мүшелер ескерілмеді.

Осылайша, бірінші туынды үшін біз үш түрлі жуықталған өрнектерді алдық. Бір қарағанда аталған үш теңдеудің бір-бірінен айырмашылығы жоқ сияқты көрінгенімен, шын мәнінде  $i$  нүктесінде олар бірінші туынды үшін бірнеше есеге дейін айырмашылығы бар мәндерді беруі мүмкін. Әсіресе, бұл жағдай  $f$  күрт өзгертін аймақта айқын көрінеді. Ең дәл мәндерді (2.6) орталық шекті-айырымды қатынас береді, өйткені, оның дәлдігінің реті жоғары. Дегенмен де (2.6) өрнек әрқашанда жақсы нәтиже бере бермейді, тіпті, кейде шекті-айырымды сызбаның орнықсыздығына алып келуі мүмкін. Ал дәлдігі аз (2.3) немесе (2.5) өрнектерін таңдау кейде жемісті нәтижелер беруі мүмкін. Қарапайым туындыны (бір ғана айнымалыға тәуелді функциядан алынған бірінші ретті туынды) шекті айырымдармен бейнелеуде белгілі бір таңдау болатындығына көз жеткіздік. Осының салдарынан шекті-айырымды сызбалардың түрлі нұсқалары шығатынын көруге болады.

Ендігі кезекте  $f(x)$  функциясын Тейлор қатарына бесінші мүшеге дейін жіктеудің екі нұсқасын пайдалана отырып, екінші туындының шекті-айырымды сызбасын шығарайық:

$$\begin{aligned} f_{i+1} &= f_i + \left. \frac{df}{dx} \right|_i \Delta x + \frac{1}{2} \left. \frac{d^2 f}{dx^2} \right|_i \Delta x^2 + \\ &+ \frac{1}{6} \left. \frac{d^3 f}{dx^3} \right|_i \Delta x^3 + \frac{1}{24} \left. \frac{d^4 f}{dx^4} \right|_i \Delta x^4 + \mathcal{O}(\Delta x^5) . \\ f_{i-1} &= f_i - \left. \frac{df}{dx} \right|_i \Delta x + \frac{1}{2} \left. \frac{d^2 f}{dx^2} \right|_i \Delta x^2 - \\ &- \frac{1}{6} \left. \frac{d^3 f}{dx^3} \right|_i \Delta x^3 + \frac{1}{24} \left. \frac{d^4 f}{dx^4} \right|_i \Delta x^4 + \mathcal{O}(\Delta x^5) . \end{aligned}$$

Осы екі өрнекті бір-біріне мүшелеп қосайық:

$$f_{i+1} + f_{i-1} = 2f_i + \left. \frac{d^2 f}{dx^2} \right|_i \Delta x^2 + \frac{1}{12} \left. \frac{d^4 f}{dx^4} \right|_i \Delta x^4 + \mathcal{O}(\Delta x^5) .$$

Осыдан:

$$f_{i+1} + f_{i-1} = 2f_i + \left. \frac{d^2 f}{dx^2} \right|_i \Delta x^2 + \frac{1}{12} \left. \frac{d^4 f}{dx^4} \right|_i \Delta x^4 + \mathcal{O}(\Delta x^5)$$

немесе нәтижесінде жазсақ:

$$\left. \frac{d^2 f}{dx^2} \right|_i \approx \frac{f_{i+1} + f_{i-1} - 2f_i}{\Delta x^2} \quad (2.7)$$

Бұл өрнек (2.6) теңдеуге ұқсас *екінші ретті дәлдікке* ие, өйткені, оны шығару барысында екінші ретті мүшелер алынып тасталған болатын.

Шекті-айырымды аппроксимация ұғымын дербес туындыларға да қолдануға болады. Келесі белгілеулерді енгізейік:

$$f_{i,j} = f(x_i, y_j), \quad f_{i,j,k} = f(x_i, y_j, z_k), \quad f_{i,j,k}^n = f(t_n, x_i, y_j, z_k).$$

Бір айнымалыға тәуелді функция үшін жазылған өрнектерге ұқсас Тейлор қатарына жіктей отырып, дербес туындылар үшін төмендегі шекті-айырымды қатынастарды алуға болады:

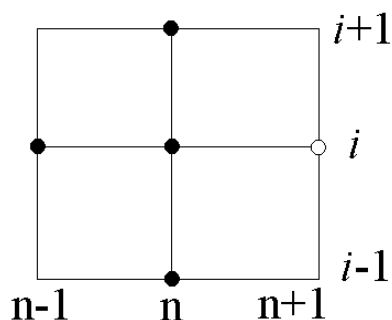
$$\left. \frac{\partial f}{\partial x} \right|_i \approx \frac{f_{i+1,j} - f_{i-1,j}}{2\Delta x}, \quad \left. \frac{\partial f}{\partial y} \right|_i \approx \frac{f_{i,j+1} - f_{i,j-1}}{2\Delta y} \text{ және т.б.}$$

Енді бірінші туындылардың аппроксимациясы үшін орталық айырымды қатынастарды таңдап ала отырып, (2.1) теңдеуді шекті айырымдармен өрнектеп жазайық:

$$\frac{f_i^{n+1} - f_i^{n-1}}{2\Delta t} + u \frac{f_{i+1}^n - f_{i-1}^n}{2\Delta x} = a \frac{f_{i+1}^n + f_{i-1}^n - 2f_i^n}{\Delta x^2}. \quad (2.8)$$

Бұл өрнек екінші ретті дәлдікке ие. Шаблонның бейнесін салу арқылы (2 сурет), оның үш қабатты бес нүктелік сызба екендігіне оңай көз жеткізуге болады. Мұндағы белгісіз - уақыт бойынша оң жақ қабаттағы  $f$  функциясының мәні, яғни  $f_i^{n+1}$ , оны (2.8) өрнектен оңай анықтауға болады:

$$f_i^{n+1} = f_i^{n-1} - \frac{u\Delta t}{\Delta x} (f_{i+1}^n - f_{i-1}^n) + \frac{2a\Delta t}{\Delta x^2} (f_{i+1}^n + f_{i-1}^n - 2f_i^n)$$



2 сурет. Үш қабатты бес нүктелік сызба

Алайда, тәжірибеде мұндай сызбаны пайдалану ұтымды емес. Барлық мүмкін болатын  $\Delta t > 0$  үшін бұл сызба сандық орнықсыз, яғни бастапқы (2.1) дифференциалдық теңдеудің шешімімен ешқандай ортақтығы жоқ, хаостық шешімдердің тууына алып келеді.

Егер бейстационар мүшедегі орталық айырымдардың орнына уақыт бойынша алға айырымдарын қолданатын болсақ, онда жоғарыдағы қайшылықтан құтылуға мүмкіндік туады. Бұл жағдайда келесі шекті-айырымды сызбаны аламыз:

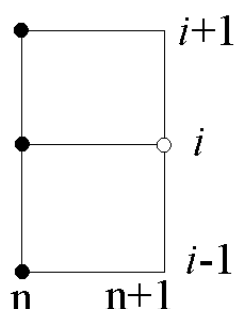
$$\frac{f_i^{n+1} - f_i^n}{\Delta t} + u \frac{f_{i+1}^n - f_{i-1}^n}{2\Delta x} = a \frac{f_{i+1}^n + f_{i-1}^n - 2f_i^n}{\Delta x^2} \quad (2.9)$$

немесе

$$f_i^{n+1} = f_i^n - \frac{u\Delta t}{2\Delta x} (f_{i+1}^n - f_{i-1}^n) + \frac{a\Delta t}{\Delta x^2} (f_{i+1}^n + f_{i-1}^n - 2f_i^n)$$

(2.10)

Әрі қарай біз бұл сызбаның кем дегенде  $\Delta t$  және  $\Delta x$  қатысты кейбір жағдайларда орнықты болатындығын дәлелдейміз. Сонымен қатар (2.8) өрнекке қарағанда бұл сызбаның дәлдігі азырақ: ол уақыт бойынша бірінші ретті және кеңістіктік айнымалылар бойынша екінші ретті дәлдікке ие. Шаблоннан көрініп тұрғандай (3 сурет), бұл - екі қабатты төрт нүктелік сызба.



3 сурет. Екі қабатты төрт нүктелік сызба

7 дәріс. Екіфазалы ағынды моделдеу. Тасымал теңдеулерін шешу әдістері

Нақты жағдайларда тозаңкөмірлі алаудың жануы - математикалық талдау үшін күрделі физика-химиялық процесс. Ауа мен отындық газдарының ағынында бүркілген отындарды жағуға арналған отындық құрылғыларында өзара байланысқан бірқатар құбылыстар өтеді: күрделі аэродинамика, химиялық компоненттердің концентрациясы мен газдардың температурасының өзгерісі жағдайларындағы көмір тозаңының жану процесі, алаудың отындықтың шектеуші беттерімен радиациялық жылу алмасуы. Бірмезгілде көміртегі, азот пен күкірт оксидтерінің, коррозиялық қауіпті және канцерогенді заттардың түзілу процесі өтеді, отынның минералды бөлігі түрленеді.

Отындық құрылғыларындағы әсерлесетін ағыстарды бейнелеуге арналған математикалық үлгі үзіліссіздік, тұтқыр орта қозғалысы, әсерлесетін қоспаның компоненттері мен реакция өнімдері үшін жылу мен диффузияның таралу теңдеулерінен,

энергия мен заттың бейсызық көздерінің қарқынын анықтайтын күй теңдеуі мен химиялық кинетика теңдеулерінен құралатын дербес туындылы бейсызық дифференциалдық теңдеулерді береді. Шекаралық қабат теңдеулеріне қарағанда оларды шешу үшін қарастырылып отырған облыстың барлық шекараларында шекаралық шарттарды беру керек.

Тозаңкөмірлі күйдегі қатты отынды жағу процесін сандық үлгілеу химиялық реакцияларды ескергендегі үшөлшемді тасымал теңдеулері негізінде жүргізілді. Айнымалы физикалық қасиеттерге ие сұйықтың 3-өлшемді қозғалысының жалпы жағдайында жылдамдық, температура мен концентрация өрістері мынадай дифференциалдық теңдеулер жүйесімен сипатталады:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = - \frac{\partial}{\partial x_i} (\rho u_i) \quad (1)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho u_i) = - \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho u_i u_j) + \frac{\partial}{\partial x_j} (\tau_{i,j}) - \frac{\partial \rho}{\partial x_j} + \rho f_i \quad (2)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho h) = - \frac{\partial}{\partial x_i} (\rho u_i h) - \frac{\partial q_i^{res}}{\partial x_j} + \frac{\partial \rho}{\partial t} + u_i \frac{\partial \rho}{\partial x_i} + \tau_{ij} \frac{\partial u_j}{\partial x_i} + s_q \quad (3)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho c_\beta) = - \frac{\partial}{\partial x_i} (\rho c_\beta u_i) + \frac{\partial \dot{q}_i}{\partial x_i} + R_\beta, \quad (4)$$

мұндағы  $i=1, 2, 3$ ;  $j=1, 2, 3$ ;  $\beta=1, 2, 3, \dots, N$ .

Оларды тұйықтау және турбуленттік тұтқырлықты үлгілеу үшін біз турбуленттіліктің  $k$ - $\varepsilon$  үлгісін қолданатын боламыз. Стандартқа сай  $k$ - $\varepsilon$  турбуленттілік үлгісі қос дифференциалдық теңдеуден тұрады: турбуленттіліктің кинетикалық энергиясы тығыздығының тасымал теңдеуі мен турбуленттік кинетикалық энергияның диссипация жылдамдығы үшін теңдеу:

$$\frac{\partial}{\partial t} (\bar{\rho} k) = - \frac{\partial}{\partial x_i} (\bar{\rho} u_i k) + \frac{\partial}{\partial x_i} \left[ \frac{\mu_{eff}}{\sigma_k} \frac{\partial k}{\partial x_i} \right] + n - \bar{\rho} \varepsilon \quad (5)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (\bar{\rho} \varepsilon) = - \frac{\partial}{\partial x_i} (\bar{\rho} u_i \varepsilon) + \frac{\partial}{\partial x_i} \left[ \frac{\mu_{eff}}{\sigma_\varepsilon} \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_i} \right] + c_{\varepsilon 1} \frac{\varepsilon}{k} n - c_{\varepsilon 2} \bar{\rho} \frac{\varepsilon^2}{k} \quad (6)$$

$$\text{мұндағы } n = \left[ \mu_i \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \bar{\rho} k \delta_{i,j} \right] \frac{\partial u_i}{\partial x_j}, \quad (7)$$

сонымен қатар турбуленттік тұтқырлық үшін үлгілік қатынас мынадай:  $\mu_t = c_\mu \bar{\rho} k^2 / \varepsilon$ .

Келтірілген теңдеулер жүйесіне ортаның тығыздығын температура және қысыммен байланыстыратын қатынасты тағы қосу керек. Ол үшін идеал газдарға арналған тәуелділікті қолданатын боламыз.

(1-7) түріндегі теңдеулерді сандық шешу әдістерін жасау барысында практикалық мақсаттар үшін жеткілікті түрдегі дәлдікпен бастапқы шамалардың өрістерін бейнелеу, техникалық (технологиялық) параметрлердің нақты аумағындағы жылу масса тасымалы процестерінің негізгі жұмысшы сипаттамаларын есептеу және олардың табиғи нысандарда алынған тәжірибелік мәліметтермен жақсы үйлесуі маңызды рөл атқарады. Қазіргі таңда тұтас орта механикасының есептерінің бүтіндей бір тобы үшін бағдарламалардың проблемалық-бағыттық пакеті жасалынууда [70-77].

Есептік тәжірибені жүргізу үшін бу қазандықтарының жану камераларында көмірді жағуды үшөлшемді үлгілеудің FLOREAN компьютерлік бағдарламаларының пакеті қолданылды [78-83]. Аталмыш пакет газ – отындық қоспаға арналған консервативті теңдеулерді шекті көлем әдісімен шешуге негізделген. Осы әдістің құрамына импульстің, энергияның баланс үлгілері, қысымды түзетудің SIMPLE-әдісі, турбуленттіліктің  $k-\varepsilon$  үлгісі, жылу тасымалын сәулелену арқылы есептеуге арналған алты ағындық үлгі, зат компоненттері үшін баланс теңдеуі кіреді.

Таңдап алынған бағдарламалар пакеті жылдамдықтың құраушыларын  $u, v, w$ , температураны  $T$ , қысымды  $P$ , жану өнімдерінің концентрациясын және тозаң тәрізді қатты отынды отындық құрылғының барша көлемі бойынша жағу процесінің өзге сипаттамаларын есептеуге мүмкіндік береді. Меншікті энтальпиядан  $h = c_p T$  газдың температурасына көшу үшін есептеу бағдарламасында газ бен отын қоспасының жылусиымдылығын есептеуге арналған процедура бар. Жеке компоненттердің ( $\text{CO}_2, \text{N}_2, \text{ауа}, \text{су}$  буы мен күл) температураға тәуелділігі полиномдар түрінде бейнеленген [84]. Сонымен қатар газтозаңды қоспаның тығыздығын есептеуге арналған процедура да жоқ емес.

Әсерлесетін орталардағы 3-өлшемді турбуленттік ағыстарды есептеуге арналған FLOREAN бағдарламаларының компьютерлік пакеті лабораториялық жағдайларда және ірі отындықтарда жүргізілген көптеген тәжірибелерде тексеруден өткен. Осы бағдарлама үлкен есептік шығындарды талап етпейді. Басты алға қойылған мақсат әсерлесетін ағыстың нақты есебін шешуге келіп тірелетін болса, онда қолдануға жарамды ең ұтымды әдіс бұл сыннан және жақсы өңдеуден өткен әдіс болмақ. Жоғарыда келтірілген теңдеулерді шешу әдісіне және FLOREAN компьютерлік бағдарламалар пакетінің математикалық үлгісінің негізгі қағидаларына тоқталайық.

#### **Қосфазалы ағысты үлгілеу**

Бөлшектерінің саны шексіз ағыстарда қатты орта конвективті және диффузиялық тасымалдарға кері әсер етуі мүмкін. Алайда, улы газдарда қатты заттардың болуы құрылғылардағы көмір тозаңының жануымен салыстырғанда айтарлықтай болмайтындықтан (жанарғыларға жақын облыстарды қоспағанда), есептеу барысында екінші фаза эффектісін ескермейді [85-87]. Онда жану камераларында қатты отынның жану процесін былайша бейнелеуге болады: жалын қосфазалы газдисперсті жүйе болып табылады, осы кездегі қатты фазаның ағыстың аэродинамикасына әсері айтарлықтай үлкен емес [13].

Осы жұмыста аталмыш болжам есептік шығындарды азайту үшін қолданылады, сондықтан жалын маңындағы тасымал процестері дәрежі түрде үлгіленеді. Мысалы, қатты заттың нүктелік концентрациясы орташа диаметрлі бөлшектерге ие монодисперсті қатты заттың баланс теңдеуінің көмегімен анықталады. Қоспаның тығыздығын анықтауды қатты бөлшектердің жылдамдықтары газдың жергілікті жыламдығына тең болатын гомогенді үлгіден бастаймыз. Кейбір жағдайларда қатты бөлшектер мен газ арасындағы жылу алмасуды сәулеленудің көмегімен ескеретін боламыз. Қатты фазаның турбуленттік алмасу коэффициенттеріне әсерін мынадай эмпирикалық қатынастың көмегімен оңай ескеруге болады:

$$\partial_{P,eff} = \frac{\mu_{P,eff}}{\sigma_{P,turb}} \quad (8)$$

Онда қатты бөлшектерді ескере отырып, турбуленттік тұтқырлық үшін мына қатынасты қолдануға болады [88]:

$$\mu_{P,eff} = \mu_{G,eff} (1 + \rho_P / \rho_G)^{-1/2}. \quad (9)$$

Осы теңдеу қатты бөлшектердің парциал қысымының артуы турбуленттік көлемнің кемуіне алып келетіндігін көрсетеді. Бөлшектерді ескергендегі Шмидт-Прандтль турбуленттілік саны үшін келесі мән тандап алынған [88]:  $\sigma_{P,eff} = 0.7$ .

тасымал теңдеулерінің жүйесі – бұл екінші ретті бейсызық дифференциалдық теңдеулер жүйесі. Оларды сандық әдіспен шешу үшін барлық есептеу облысы айырымдық тордың көмегімен дискретті нүктелерге немесе көлемдерге жіктеледі, айнymалылардың үздіксіз өрісі тор түйіндеріндегі дискретті мәндермен аламастырылады, ал дифференциалдық теңдеулердің құрамына енетін туындылар тор түйіндеріндегі функцияның мәндерінің айырымы арқылы олардың жуықталған мәндерімен алмастырылады. Нәтижесінде саны тор түйіндерінің санына тең бейсызық алгебралық теңдеулер жүйесі шығады. Айырымдық теңдеулерді алудың түрлі әдістері бар [54]:

тор түйіндері үшін Тейлор қатарына жіктеу;

полиномдық аппроксимацияны қолдану;

жеке бақылаушы көлемдер үшін дифференциалдық теңдеулердің жергілікті аналитикалық шешімдерін қолдану;

вариациялық есептеу немесе Галеркин әдістері (шекті элементтер әдістері);

бақылаушы көлем әдісі.

Барлық әдістердегі дифференциалдардың аппроксимациясы қателікке алып келеді (аналитикалық және сандық шешімнің айырымы), бұл қателік өз кезегінде дискреттеу әдісі мен тордың өлшемдеріне айтарлықтай тәуелді. Осы кезде дискреттеу әдістерінің қателігі аз болып қана қоймай, сонымен қатар орнықты да болу тиіс. Жоғары ретті дәлдіктегі әдістердің ресми түрде қателігі аз, бірақ, олар орнықсыздыққа бейім болады. Химиялық реакциялармен қоса күрделі турбуленттік ағыстарды үшөлшемді үлгілеу үшін жеткілікті түрде күрделі, сенімді, әрі орнықты әдістерді қолдану қажет. Алынған айырымдық теңдеулер жүйелерін ЭЕМ-ның жады мен уақытын аз шығындай отырып шешкен дұрыс. Әдебиетте баяндалған дискреттеу әдістерінің көпшілігі жоғары ретті дәлдікке ие, бірақ, олар дәрекі торлар мен Рейнольдстың тор санының үлкен мәндерінде орнықсыздыққа ұшырайды.

Мысалы, [108] жұмыста шекті айырымдар әдісі мен дискреттеу әдісі өзара салыстырылған. Соңғысы изотермиялық шекаралық қабаттардағы ағыстар үшін сплайн-интерполяция мен төртінші және алтыншы ретті Эрмит полиномдарын қолданады. Жұмыста шекті-айырымды әдістердің артықшылықтары - қарапайымдылығы, тиімділігі, үнемділігі, әмбебаптылығы және т.б. ашып көрсетілген.

[109] жұмыста шекті элементтер әдісін қолданатын турбуленттік диффузиялық жалынның үлгісі ұсынылған. Шекті элементтер әдісі ағыстардың геометриялық күрделі облыстарын үлгілеуге мүмкіндік береді. Аталмыш жұмыста нәтижелер мен шекті – айырымды әдіс пен шекті элементтер әдісінің машиналық уақыт шығындары салыстырылады. Шекті элементтер әдісі үшін машиналық уақыттың шығыны 50%-ға жоғары болып шықты. Конвективті жылу масса тасымалының үшөлшемді есептері үшін шекті элементтер әдісін қолдану барысындағы негізгі кемшіліктер – машиналық уақыт пен жадтың үлкен шығындары. Осындай есептер үшін ең қолайлысы бақылаушы көлем әдісі



болады. Бұл әдіс физикалық тұрғыдан айтарлықтай орынды және сандық үлгілеу процесінің өзін жақсы бейнелейді [105, 110-114].

### Бақылаушы көлем әдісі арқылы айырымдық теңдеулерді алу

Бақылаушы көлем әдісі арқылы айырымдық теңдеулерді алу тәсілінің мәні мынада: есептеу облысының әрбір ұяшығы үшін физикалық сақталу заңдары мен осы сақталу заңдарын сипаттайтын дифференциалдық теңдеулер (тасымал теңдеулері) қолданылады, аталмыш теңдеулер әрбір жеке ұяшықтың көлемі бойынша интегралданады. Онда  $\Phi$  айнымалысының баланс теңдеуі үшін мынадай интегралдық-дифференциалдық теңдеу орынды болады:

$$\iiint_V \frac{\partial}{\partial t} \rho \Phi dV = \iint_A \left( -(\rho \Phi u_i)_i + \partial_{tm} \frac{\partial \Phi}{\partial x_i} \right) \vec{n} dA_{no} + \iiint_V S_{tm} dV \quad (35)$$

(35) теңдеудің оң жағындағы беттік интеграл бастапқы  $\Phi$  айнымалысының  $A$  ұяшықтың беті арқылы конвективті және диффузиялық тасымалын бейнелейді. Оң жақ бөліктегі көлемдік интеграл  $\Phi$  айнымалысының  $V$  көлемде көздік мүшенің есебінен өзгерісін сипаттайды. (35) интегралдық-дифференциалдық теңдеуді интегралдау үшін мынадай жорамалдарға жүгінеміз:

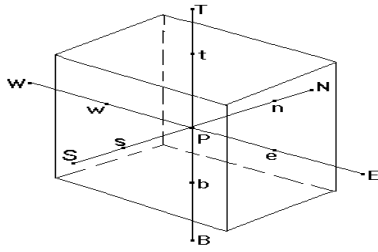
-  $\Phi$  айнымалысының мәндері мен заттың қасиеттері ретінде ұяшықтың көлемі бойынша орташа мән қолданылады;

- ұяшықтардың шекаралары арқылы ағындар сәйкес беттердің аудандарының орта мәндері бойынша анықталады. Аудандар мен көлемдер бойынша орташа мәндер өзара тең деп есептеледі.

Сонда бақылаушы көлем үшін декарттық координата жүйесінде (1 суретке қараңыз) (35) теңдеуден мынадай теңдеуді аламыз:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} (\rho \Phi)_p \Delta x \Delta y \Delta z = & [(\rho \Phi u_1)_w - (\rho \Phi u_1)_e] \Delta y \Delta z + \\ & + [(\rho \Phi u_2)_s - (\rho \Phi u_2)_n] \Delta x \Delta z + [(\rho \Phi u_3)_b - (\rho \Phi u_3)_t] \Delta x \Delta y - \\ & - \left[ \left( \partial_{tm} \frac{\partial \Phi}{\partial x_1} \right)_w - \left( \partial_{tm} \frac{\partial \Phi}{\partial x_1} \right)_e \right] \Delta y \Delta z - \\ & - \left[ \left( \partial_{tm} \frac{\partial \Phi}{\partial x_2} \right)_s - \left( \partial_{tm} \frac{\partial \Phi}{\partial x_2} \right)_n \right] \Delta y \Delta z - \\ & - \left[ \left( \partial_{tm} \frac{\partial \Phi}{\partial x_3} \right)_b - \left( \partial_{tm} \frac{\partial \Phi}{\partial x_3} \right)_t \right] \Delta y \Delta z + S_{tm} \Delta x \Delta y \Delta z \end{aligned} \quad (36)$$

Осы теңдеуді талдай отырып, мынадай қорытындыға келуге болады: бақылаушы көлемнің ортасындағы шамалармен қоса ( $p$  нүктесі) бақылаушы көлемнің шекараларындағы айнымалылардың мәндері мен олардың туындылары да ( $e, w, b, t, s, n$  нүктелері) қажет. Осы мәндер интерполяцияның көмегімен анықталуы тиіс. Интерполяция әдісін дұрыс тандай білу аппроксимация қателіктері мен әдістің орнықтылығына әсер етеді.



1 сурет – Бақылаушы көлем

Техникалық ағыстарда конвективті тасымал диффузиялық тасымалдан басым түскенде конвективті мүшелерді аппроксимациялау қиындық туғызатыны рас. Жоғары реттілік әдістері Рейнольдс санының үлкен мәндерінде орнықсыз болады, ал бірінші ретті дәлдік әдістерінің айтарлықтай «сызбалық» немесе «аппроксимациялық» тұтқырлықтары бар және олар сандық есептің нәтижелерін бұрмалайды.

«Сызбалық» тұтқырлық немесе «сандық» диффузия тасымал теңдеулеріндегі конвективті мүшелерді аппроксимациялау үшін симметриялық емес айырымдарды қолданғанда пайда болады. Ал осының салдарынан айырымдық теңдеудің құрамында қосымша қосылғыш пайда болады. Сонда осы теңдеудің сандық шешімі жалған тасымал коэффициенті бар, яғни тасымал коэффициенті аздап бұрмаланған ортадағы  $\Phi$  шамасының тасымал процесіне сәйкес келетін болады. Аталмыш бұрмаланудың шамасын тор түйіндерінің арасындағы кеңістіктік аралықты  $\Delta x_i$  кеміту арқылы азайтуға болады. Дегенмен де техникалық процестер үшін, нақтырақ айтсақ, жылдамдықтың абсолют мәні айтарлықтай үлкен болған жағдайда тасымал коэффициентінің бұрмалануы оның ақиқат мәнінен едәуір көп болуы мүмкін.

Осындай жағдайда орнықтылықтың маңызды критеріі деп Рейнольдстің «тор» санын айтамыз:  $Re = \frac{\Delta x_i u_i \rho}{\mu_{eff}}$ , аталмыш сан бақылаушы көлемнің өлшемдерінен құралады және «сандық» диффузия мен орнықтылықтың тордың ені артқан сайын ұлғаятындығын білдіреді.

Торы біртекті екіөлшемді айналмалы ағыстар үшін «сандық» диффузия коэффициентін [110] еңбекте нұсқалған мынадай қатынастың көмегімен бағалауға болады:

$$\partial_f \approx \frac{\sqrt{2}}{4} \rho \sin\left(\frac{4}{\pi} + \Theta\right) |\vec{u}| \Delta x \sin 2\Theta, \quad (37)$$

мұндағы:  $\Theta$  - жылдамдық векторы мен тор сызығы арасындағы бұрыш;  $|\vec{u}|$  - жылдамдық векторының модулі. (37) теңдеуді талдау арқылы мынаған көз жеткізе аламыз: егер ағын сызығы тор сызығын  $45^\circ$ -та қиып өтетін болса, онда сандық диффузия өзінің максимал мәніне жетеді.

Патанкардың еңбегінде [105] сұйық механикасында жиі қолданылатын аппроксимация сызбалары бейнеленген: ағынға қарсы және орталық айырымдар сызбасы; гибридті сызба және т.б. Сонымен қатар ол ағынға қарсы айырымдар шектеусіз онықты екендігін көрсетіп берді, бірақ, олардың бірінші ретті дәлдігі ғана бар және айтарлықтай дәрекі сызбалар деп танылған.

Орталық айырымдар сызбасы ресми түрде анағұрлым дәл деп есептеледі, алайда,  $Re > 2$  мәнінде олар орнықсыздыққа ұшырайды. Осыған сай өте ұсақ торды қолдануға тура

келеді, нәтижесінде жад пен машиналық уақыт көп шығындалады. Гибридті сызбаларда орталық айырымдар критикалық Рейнольдс санына дейін және ағынға қарсы айырымдар Рейнольдстің тор санының үлкен мәндерінде қолданылады. Аталған сызбалар аппроксимацияның қателігін азайтады және шектеусіз орнықты болып табылады [111].

Жасалған талдаулар көрсеткендей, аталмыш үш аппроксимациялау әдістерінің нәтижелерін тәжірибелік мәліметтермен салыстырғанда олардың барлығы шамамен бірдей қателік беретіндігі анықталған. Дегенмен де жоғары реттілік әдістері ағынға қарсы айырымдарға қарағанда шамамен 3 есе көп уақытты талап етеді. Сондықтан күрделі физикалық процестерді математикалық үлгілеу барысында қарапайым және орнықты аппроксимация сызбаларын қолданған анағұрлым ұтымды болмақ.

Орнықтылық пен машиналық уақытты үнемдеу сияқты мәселелерге сүйене отырып, аталмыш жұмыста тасымал теңдеулер жүйесін шешу үшін ағынға қарсы айырымдар қолданылған. Бастапқы  $\phi$  шамасының күшті градиенттері күтілетін облыстарда жеткілікті түрде ұсақ торды және осы шаманың ағын сызықтары мен торлардың арасындағы бұрышты үлкен етіп таңдап алуға болатындықтан «сандық» диффузияның әсерін кемітуге жағдай туады. Конвективті мүшелер үшін  $x$  –бағытта ағынға қарсы айырымдар мынадай қатынастарға алып келеді:

$$\begin{aligned} u_1 > 0.0 \text{ болғанда } (\rho u_1 \Phi)_e &= (\rho u_1)_e \Phi_f \\ u_1 < 0.0 \text{ болғанда } (\rho u_1 \Phi)_e &= (\rho u_1)_e \Phi_p \end{aligned} \quad (38)$$

Ұяшықтың өзге шекаралары үшін өрнектер осыған ұқсас болады.

Диффузиялық ағындарды аппроксимациялау үшін екінші ретті дәлдік әдісі қолданылады, аталмыш әдіс мұнда орнықтылыққа қатысты ешқандай қиындықтар туғызбайды.  $x$  – бағыт үшін, мысалы, мынаны аламыз (1 суретке қараңыз):

$$\left. \frac{\partial \Phi}{\partial x} \right|_e = \frac{\Phi_f - \Phi_m}{x_{1,E} - x_{1,P}} \quad (39)$$

Баланс теңдеуіндегі көздік мүше бақылаушы көлем бойынша интегралданады. Егер көздік мүше  $S_{tm} = f(\Phi)$  айнымалысының функциясы болса, онда ол сызықтандырылады:

$$S_{tm} = S_{tm}^{RS} - S_{tm}^{AP} \Phi_p. \quad (40)$$

Көздік мүшені сызықты күйге келтіру жөнінде [105] жұмыста жақсы баяндалған.

Туындыларды уақыт бойынша аппроксимациялау да шешімнің дәлдігіне әсер етеді. Үшөлшемді есептерде жадтың жетіспеуінен уақыт бойынша екі қабаттан көп емес аппроксимация қолданылады. Осы кезде алға және артқа айырымдарын да пайдалануға болады. Алға айырымдары теңдеуді шешудің айқын әдісіне алып келеді:

$$\left. \frac{\partial \Phi}{\partial t} \right|^n \approx \frac{\rho \Phi^{n+1} - \rho \Phi^n}{\Delta t} = RS(\Phi^n) \quad (41)$$

Уақыт бойынша қадам орнықтылықтың қатаң критерилеріне бағынады:

$$\Delta t_{\max} \left\langle \text{Min} \left\{ \frac{\Delta x_i}{|u_i|} \right\} \right\rangle, \quad (42)$$

$$\Delta t_{\max} \left\langle \text{Min} \left\{ \frac{1}{2 \text{Re}} \frac{\Delta x^2 \Delta y^2 \Delta z^2}{\Delta x^2 + \Delta y^2 + \Delta z^2} \right\} \right\rangle \quad (43)$$

Практикада (42-43) орнықтылық шарттарының орындалуы жиі жағдайда жоғары дәлдікке қол жеткізумен түсіндірілетін  $\Delta t$  қадамның кемуіне алып келеді. Уақыт бойынша

туындылау аппроксимациясы барысында артқа айырымдарын қолдану айқын емес әдіске алып келеді:

$$\left. \frac{\partial \rho \Phi}{\partial t} \right|^{n+1} \approx \frac{\Phi \rho^{n+1} - \Phi \rho^n}{\Delta t} = RS(\Phi^{n+1}) \quad (44)$$

(44) теңдеулер жүйесін шешу үшін итерациялық шешу әдістері қолданылуы тиіс. Айқын емес сызбалар, шындығында, нақты орнықты болып табылады, өйткені, айқын емес сызба үшін уақыттық кадамды теориялық тұрғыдан қалауымызша таңдап алуымызға болады. Алайда, мұндай сызбалардың жоғары орнықтылығы есептің алгебралық нұсқасын күрделендіріп жібереді, өйткені, аталмыш жағдайда бір-бірімен байланысқан алгебралық теңдеулер жүйесін шешуге тура келеді. Бұл, әсіресе, біздің жүктеп отырған есебіміздің көпөлшемді және бейсызықты теңдеулеріне қатысты. Олар әдеттегіше итерация әдісімен шешіледі.

Аталмыш жұмыста (34) теңдеулер жүйесі нақты айқын емес әдіспен шешіледі. (36) бақылаушы көлемнің айырымдық теңдеуі үшін алгебралық теңдеулер жүйесі мынадай түрге ие болады:

$$a_p^{TM} = \sum_{n=E,W,N,S,T,B} a_n \Phi_n + S_{TM}^{RS} \Delta x \Delta y \Delta z, \quad (45)$$

мұндағы  $\phi_n$  айнымалысына қатысты коэффициенттер бақылаушы көлемнің көрші алты нүктесінде мынадай қатынастармен анықталады:

$$a_E = \left( AMAX(0.0; -(\rho u)|_e) + \frac{\partial_{TM,E}}{\Delta x_e} \right) A|_e \quad (46)$$

$$a_W = \left( AMAX(0.0; -(\rho u)|_w) + \frac{\partial_{TM,W}}{\Delta x_w} \right) A|_w \quad (47)$$

$$a_N = \left( AMAX(0.0; -(\rho v)|_n) + \frac{\partial_{TM,N}}{\Delta y_n} \right) A|_n \quad (48)$$

$$a_S = \left( AMAX(0.0; -(\rho v)|_s) + \frac{\partial_{TM,S}}{\Delta y_s} \right) A|_s \quad (49)$$

$$a_T = \left( AMAX(0.0; -(\rho w)|_t) + \frac{\partial_{TM,T}}{\Delta y_t} \right) A|_t \quad (50)$$

$$a_B = \left( AMAX(0.0; -(\rho w)|_b) + \frac{\partial_{TM,B}}{\Delta y_b} \right) A|_b \quad (51)$$

Бұл коэффициенттер өз кезегінде бақылаушы көлемнің ортасында орналасқан  $a_p$  коэффициенттерін анықтайды:

$$a_p = a_E + a_W + a_N + a_S + a_T + a_B + S_{TM}^{Am} \Delta x \Delta y \Delta z \quad (52)$$

Мұнда көздік мүше үшін (40) теңдеуге сай мынадай қатынас орынды:

$$S_{TM}^{AP} = (S_{TM}^{LS} + \rho^0 \Phi^0) \quad (53)$$

(34) теңдеулер жүйесін аппроксимациялау нәтижесінде әрбір бақылаушы көлем және әрбір бастапқы  $\Phi_n$  айнымалысы үшін (45) алгебралық теңдеуге қол жеткіздік. Осы теңдеудің коэффициенттері  $\Phi_n$  айнымалыларының функциялары болып табылады және бірмезгілде тікелей немесе жанама түрде өзге теңдеулердегі шамалармен байланысқан. Осылайша біз бейсызықты, байланысқан (автономды емес) алгебралық теңдеулер жүйесін шығарып алдық. Осы теңдеулер жүйесін машиналық уақыттың көп шығындалуының салдарынан тікелей шешуді жүзеге асыра алмаймыз.

Теңдеулер жүйесін сызықтандыруға және әрбір айнымалы үшін тасымал теңдеуін жеке – жеке, итерация әдісін қолдана отырып шешуге болады. (45) алгебралық теңдеулер жүйесін шешудің алуан түрлі итерациялық әдістері бар. Теңдеулерді шешкен кезде элементар көлемдер арасындағы байланыс неғұрлым жақсы ескерілсе, итерациялық әдістердің үйлесімділік дәрежесі де соғұрлым көп болады. Алайда, айнымалылар арасында байланыс неғұрлым жоғары болса, есептеуді жүргізуге жұмсалатын сандық шығындар да жоғары болады.

Техникалық ағыстарды бақылаушы көлем әдісі арқылы үлгілеу барысында өте жиі жағдайда қуалау әдісі сияқты алгебралық теңдеулер жүйесін шешудің қарапайым және үнемді әдістері қолданылады [85, 105]. Теңдеулерді сызықты күйге келтіру үшін айнымалыларға қатысты коэффициенттерді алдыңғы итерациялардағы шамалардың көмегімен анықтауға болады, мұнда сызықтандырылған теңдеулер жүйесін шешкенде сәйкес шамалар тұрақты болып қалады. Есептеп табылған мәндер келесі итерациядағы коэффициенттерді анықтау үшін қолданылады [77]:

Мұндағы  $60 < y_* < 500$ ,

$$P(\sigma_h / \sigma_{h,turb}) = 9.24[(\sigma_h / \sigma_{h,turb})^{3/4} - 1][1 + 0.28e^{(-0.007\sigma_h / \sigma_{h,turb})}]$$

Компоненттердің концентрациясының тасымал теңдеуі үшін шекаралық шарттар

Кіріс:  $c_\beta$  - компонент концентрациясының мәні,

$$\text{Шығыс: } \left. \frac{\partial c_\beta}{\partial x_i} \right|_{no} = 0, \text{ симметрия өсі: } \left. \frac{\partial c_\beta}{\partial x_i} \right|_{no} = 0, \text{ беттегі: } \left. \frac{\partial c_\beta}{\partial x_i} \right|_{no} = 0.$$

8 дәріс. Ағыстар аэродинамикасын бейнелеу және қысымды есептеу

Импульстің тасымал теңдеуін шешу үшін қысымның таралуын білген жөн. Алайда, (34)  $\phi$  шамасының тасымалы теңдеулер жүйесінде қысымды айқын анықтайтын теңдеу жоқ. Сондықтан қысым үзіліссіздік пен қозғалыс теңдеулерінің арасындағы байланыс арқылы жанама түрде анықталады. Қысымның нақты таралуы арқылы қозғалыс теңдеуінен жылдамдықтар өрісін анықтауға болады. Бірақ, бұл кезде қозғалыс теңдеуін қанағаттандыратын жылдамдық өрістері үшін бірізгілікте үзіліссіздік теңдеуі орындалатындай етіп ағыс облысындағы қысымның таралуын түзетіп алған жөн. Қысымды дұрыс таңдай білмеген жағдайда бақылаушы көлем үшін массалардың «ақауымен» ұшырасамыз. Сондықтан қысымды әрі қарай түзетіп, жылдамдықтарды қайта есептеуге тура келеді. Жылдамдықтар мен қысымдар [54] қатынастардың көмегімен түзетіледі:

$$p = p^* + \Delta\hat{p}, \quad u_i = u_i^* + \Delta\hat{u} \quad (54)$$

Қысымға түзету  $\Delta\hat{p}$  мына қатынастан анықталады:

$$\Delta\hat{p} = -\frac{\Delta\overset{\circ}{m}\beta}{2\Delta t((1/\Delta x^2) + (1/\Delta y^2) + (1/\Delta z^2))}, \quad (55)$$

мұндағы:  $\Delta\overset{\circ}{m}$  - массалар ақауы,  $\beta$  - релаксациялық параметр.  $\Delta\hat{p}$  түзетудің көмегімен бақылаушы көлемдегі қысым мен оның қырларындағы жылдамдықтар былайша түзетіледі:

$$p = p^* + \Delta\hat{p}, \quad u_i = u_i^* + \frac{\Delta t}{\Delta x_i} \Delta\hat{p}, \quad u_{i-1} = u_{i-1}^* - \frac{\Delta t}{\Delta x_i} \Delta\hat{p} \quad (56)$$

Жылдамдықтың құраушылары мен қысымға арналған теңдеулер жеке – жеке шешіледі. Қысымды түзетуді және импульс тасымалы теңдеуінің шешімін барлық бақылаушы көлемдердегі массалар ақауы қажетті шегіне жеткенше немесе белгілі бір мәннен кіші болғанға дейін қайталаған жөн. Қысымды түзетудің осындай итерациялық әдісі SIMPLE -әдіс деген атауға ие, оны Патанкар ұсынған және [105] жұмыста аталмыш әдіс жақсы баяндалған.

9 дәріс. Сәулелену арқылы моделдеу

### Сәулелену нәтижесіндегі жылу алмасу

Отындық құрылғыларда әсерлесетін ағыстарды қарастырғанда сәулелену нәтижесіндегі жылу алмасуды ескеру қажет болады. Аталмыш жылу алмасу екі өзара сәуле шығаратын беттердің арасында энергияның электромагниттік толқындар түріндегі тасымалының салдарынан болады. Жылу алмасу процесінде энергияның қос түрленуі орын алады: жылулық энергия жылу бөлетін дененің бетінде сәулелік энергияға айналады және сәулелік энергия сәулелік жылу ағынын жұтатын дененің бетінде жылулық энергияға түрленеді.

Сәулелік жылу алмасу құбылысы алуан түрлі өндірістік құрылғылардың, әсіресе, отындықтар мен пештердің жұмысшы процестерінде маңызды рөл атқарады. Бу қазандығында жылу сәулелену мен конвекцияның нәтижесінде отынның жану өнімдерінен қайнау және экрандық құбырлардың болат қабырғаларына беріледі, ал құбырлардың осы болат қабырғаларынан әрі қарай жылуөткізгіштіктің нәтижесінде суға беріледі.

500К-нен 2000К-ге дейінгі температура диапазонында техникалық ағыстарды үлгілеу үшін спектрдің инфрақызыл бөлігінде және көрінетін жарық аймағында ғана сәулелік алмасудың маңызы бар [89]. Сәулелік энергиямен алмасудың интегралдық теңдеулері белгілі болғанымен оларды практикалық есептерді шешу үшін қолдану қиынға соғатыны анық. Сәулелену энергиясы спектрлік қарқынмен  $I_\nu$  сипатталады [90]:

$$I_\nu = \lim_{dA, d\Omega, d\nu, d\tau \rightarrow 0} \frac{dE_\nu}{\cos \Theta dA d\Omega d\nu d\tau} \quad (10)$$

Бұл шама  $dt$  уақыт аралығында  $d\nu$  жиіліктер облысында  $d\Omega$  денелік бұрышта және  $\Theta$  бұрышының конусы анықтайтын жазықтыққа түсірілген нормаль мен сәулелену шоғының арасындағы бағытта  $dA$  ауданнан шағылған энергия ағынын сипаттайды.

Шығарылатын, жұтылатын және шашырайтын ортада сәулелену қарқыны жұтылу мен шашыраудың әсерінен әлсірейді және қоршаған ортадан келетін сәулелену энергиясының есебінен күшейеді. Жалпы жағдайда сәулелену энергиясының баланс теңдеуін мынадай түрде жазуға болады:

$$\begin{aligned} \frac{1}{c} \frac{\partial I_\nu}{\partial t} = & + \frac{\partial I_\nu}{\partial s} - (K_{a,\nu} + K_{s,\nu}) I_\nu + \\ & + K_{a,\nu} I_{b,\nu} + \frac{K_{s,\nu}}{4\pi} \int_{\Omega^*} P_\nu(\Omega^* \rightarrow \Omega) I_\nu(\Omega) d\Omega^* \end{aligned} \quad (11)$$

Бұл теңдеудегі:

$$\frac{1}{c} \frac{\partial I_\nu}{\partial t} - \text{қарқынның уақыт бойынша өзгерісі;}$$

$\frac{\partial I_v}{\partial s}$  - қарқынның ds шексіз кіші элемент бойымен өзгерісі;

$-(K_{a,v} + K_{s,v})I_v$  - жұтылу мен шашыраудың салдарынан қарқынның әлсіреуі;

$K_{a,v}I_{b,v}$  - сәулелену бағытындағы өздік эмиссияның әсерінен кесінді бойымен қарқынның артуы;

$\frac{K_{s,v}}{4\pi} \int_{\Omega^*} P_v(\Omega^* \rightarrow \Omega) I_v(\Omega) d\Omega^*$  - барлық бағыттардан сәулелену энергиясы ағынының

есебінен қарқынның артуы.

Термодинамикалық тепе-теңдік орнасын делік және сәулеленудің салдарынан болатын жылу беру процесі квазистационар болсын. Осы жағдайда сәулелену мен жұтылу коэффициенттері өзара тең болады, ал жарық жылдамдығы тым үлкен болғандықтан қарқынның уақыт бойынша өзгерісін ескермеуге болады. Жылу алмасуға қатысатын барлық беттер мен көлемдер сұр сәулелендіргіштер деп болжайық. Бұл болжам сәулеленудің тасымал теңдеуін әрі қарай ықшамдауға мүмкіндік береді. Сұр көлемдік сәулелендіргіш үшін мына теңдеуді жазуға болады:

$$I_b = \int_{\nu=0}^{\infty} (K_{a,\nu} + K_{s,\nu}) I_{b,\nu} d\nu = (K_a + K_b) I_b, \quad (12)$$

мұндағы  $I_b$  - қара сәулелендіргіштің қарқыны,  $K_a$  және  $K_s$ - интегралдық жұтылу және шашырау коэффициенттері. Қара сәулеленудің қарқыны үшін Планк заңы бойынша:

$$I_b = \int_{\nu=0}^{\infty} I_{b,\nu} d\nu = \frac{\sigma T^4}{\pi} \quad (13)$$

(3) энергия теңдеуіндегі көздік мүшені  $S_q$  анықтау үшін (11) теңдеуді денелік бұрыш бойынша интегралдау қажет. Онда сұр сәулелену мен изотропты шашырау үшін (11) теңдеуден мынаны шығарып аламыз:

$$\int_{\Omega=4\pi} \frac{\partial I_v}{\partial s} d\Omega = +(K_a + K_s) \int_{\Omega=4\pi} I_b d\Omega + K_s \int_{\Omega=4\pi} I d\Omega \quad (14)$$

[91] сай (14) теңдеудегі сәулеленудің шашырауы (3) энергияның баланс теңдеуінің көздік мүшесіне ешқандай үлес қоспайды. Сәулеленудің (14) баланс теңдеуін сұр сәулелену мен изотропты шашырау үшін декарттық координаталар жүйесінде жазайық [92]:

$$\xi \frac{\partial I}{\partial x_1} + \psi \frac{\partial I}{\partial x_2} + \varphi \frac{\partial I}{\partial x_3} = K_a I + \frac{\sigma}{\pi} T^4, \quad (15)$$

мұндағы  $\xi = \sin \Theta \cos \phi$ ,  $\psi = \sin \Theta \sin \phi$ ,  $\varphi = \cos \phi$ .

Шекаралық шарттарды анықтау барысында сәулелену беттері мен көлемдерін бейнелеу үшін теңдеулер талап етіледі. Қатты денелер сәулеленуді өткізбейді және беттің үстіндегі жарты кеңістікке сәуле шығарады. Қатты денелер шығаратын сәулеленудің бағытқа тәуелділігі Ламберттің косинустар заңымен сипатталады. Сұр сәулелік беттің сәулеленуі бағытқа тәуелді емес:

$$q_s^1 = \int_{2\pi} I \cos \Theta d\Omega = \pi I = \varepsilon \sigma T^4 \quad (16)$$

Егер беттің орнына сәулені сұйық көлемі шығаратын болса, онда жылу ағыны мынаған тең:

$$q_s^{\text{II}} = \int_V \int_{4\pi} (K_a + K_s) I_b d\Omega dV \quad (17)$$

Интегралдық жұтылу коэффициенті сұйықтың қасиеттері мен температураға байланысты. Сәулеленудің тасымал теңдеуі (11) интегралдық-дифференциалдық теңдеу болып табылады. Аталмыш теңдеуді шешуге бағытталған үлгілерді үш топқа жіктеуге болады: статистикалық үлгілер, аймақтық әдістер және ағындар үлгісі [92].

Статистикалық үлгілерде (Монте-Карло үлгілері) кеңістікте жеке сәулелердің жолы бақыланады. Сәулелердің бастапқы бағыты, олардың затпен әсерлесуі кездейсоқ сандардың көмегімен анықталады. Аталмыш сандар өз кезегінде статистикалық мағынада физикалық заңдар орындалатындай етіп таңдап алынады. Әрбір сәуленің жолы оның бастапқы энергиясын орта жұтып алмағанша немесе сәуле жүйеден тыс шығып кетпегенше бақылауда болады.

Әдістің дәлдігі, әрине, бақыланатын сәулелердің санына тәуелді. Монте-Карло әдісі (11) теңдеудің дәл шешімін бере алатын әдіс болып есептеледі. Оның кемшіліктері: машиналық уақыттың үлкен шығындары; сәулеленудің тасымал теңдеулерін шешу алгоритмдері жылу масса тасымалы теңдеулерін шешу әдістерінен айтарлықтай ерекшеленеді [93-94].

Аймақтық әдістерде шешім облысы бетті шектеп жатқан көлемдер мен аймақтардың шекті санына жіктеледі. Аймақ пен көлем шегінде тұрақты шарттар болады деп тұжырымдалады. Аймақтар арасында сәулелену энергиясымен алмасу радиациялық алмасу коэффициенттерімен сипатталады. Бұл коэффициенттер дифференциалдық теңдеулерді сандық интегралдаудың көмегімен анықталады. Алмасу коэффициенттері әрбір көлем үшін сәулелену энергиясының балансын анықтайды. Осының нәтижесінде бейсызық алгебралық теңдеулер жүйесіне келіп тірелеміз. Әрбір уақыттық кадамда температураға тәуелді жұтылу коэффициенті бар ортадағы сәулеленудің тасымалын қарастырғанда радиациялық алмасу коэффициенттерін қайта анықтап отыруға тура келеді. Монте-Карло әдісі сияқты аймақтық әдістер сәулеленудің тасымал теңдеуінің дәл шешімін бере алатын әдістердің бірі болып саналады [95]. Оның кемшіліктері – ЭЕМ оперативті жадының үлкен шығындары.

Ағын үлгісі сәулелену ағындарының бағыттар бойынша таралуы жөнінде бірқатар тұжырымдардан құралады. Осы үлгіге сай (11) теңдеу денелік бұрыштар бойынша интегралданады. Осы бұрыштар үшін ағындар бағыттарға тәуелсіз деп қарастырылады. Нәтижесінде (11) интегралдық-дифференциалдық теңдеу өзара байланысқан дифференциалдық теңдеулер жүйесіне түрленеді. Осындай шешу әдістері астрофизика саласындағы бірқатар есептер үшін жасалынған болатын және олар сұйық термодинамикасы саласында да жемісті түрде қолданылған-тын. Осылайша астрофизика саласында қолданылып жүрген Шустер, Шварцшильд, Эддингтон мен Шустер-Хамакар әдістері денелік бұрышты екі бөлікке бөлу арқылы отындық құрылғылардағы жылу алмасуды есептеу үшін де пайдаланылған [96]. [97-98] еңбектерде қосағындық әдістер төртағындық үлгілерге жетілдірілген болатын. Алынған жаңа әдіс өссимметриялық геометрияға ие есептерге қолданылады. Алты ағындық үлгілерде [99] үшөлшемді декарттық геометрия үшін сәулелік ағын координаталық бағыттар бойынша алты бөлікке бөлінеді. Осы үлгілер үшін әр түрлі бағыттардағы ағындар температурамен ғана байланысқан.

Жұмыста сәулелену нәтижесіндегі жылу тасымалын есептеу үшін анағұрлым жетілдірілген [100] еңбегінде ұсынылған алты ағындық үлгі қолданылған. Осы үлгіге сәйкес сәулелену энергиясы ағынының сәйкес бөлімшелерде таралуы дәрежелік қатарлар мен сфералық функциялардың көмегімен аппроксимацияланады.



Энергияның балансындағы көздік мүшені анықтау үшін бақылаушы көлем арқылы өтетін барлық жеке сәулелердің жұтылған сәулелік энергиялары қосындыланады. Осы әдіске жүгіне отырып, [101] жұмыста отындық жалынының жылу тасымалы қарастырылған. Аталмыш әдістің артықшылықтары – ең алдымен бұл машиналық уақыттың аз шығындары, сонымен қатар алгоритмнің жылу масса тасымалының негізгі теңдеулерін шешу әдістерімен ұқсастығы. Қарқынның түрлі бағыттар бойынша үлестірілуі дәрежелік қатардың көмегімен денелік бұрыш бойынша аппроксимацияланады [100]:

$$I = A_x(\vec{i}\Omega) + A_y(\vec{j}\Omega) + A_z(\vec{k}\Omega) + B_x(\vec{i}\Omega)^2 + B_y(\vec{j}\Omega)^2 + B_z(\vec{k}\Omega)^2 + \dots \quad (18)$$

Осы жіктелген қатардағы  $A_i$  және  $B_i$  коэффициенттері Шварцшильдтің қосағындық үлгісіне ұқсас сәулеленудің қарқынымен байланысқан:

$$A_i = \frac{1}{2}(I_i^+ - I_i^-) \quad (19)$$

$$B_i = \frac{1}{2}(I_i^+ + I_i^-) \quad (20)$$

Мұндағы  $\Gamma_i^+$  және  $\Gamma_i^-$  -  $\pm x$ ,  $\pm y$  және  $\pm z$  бағыттарында толқын ұзындықтары бойынша интегралданған сәулеленудің қарқыны. (18) полиномды (11) сәулеленудің тасымал теңдеуіне қойып, содан соң оны  $\Omega_i = 2\pi$  денелік бұрыш бойынша интегралдаймыз. Интегралдаудың нәтижесінде үш теңдеу мен алты белгісізден тұратын жүйеге қол жеткіземіз [100]:

$$\frac{\partial B_i(b_{i,j})}{\partial x_i} = -K_a A_i, \quad (21)$$

$$\text{мұндағы } b_{i,j} = \frac{\pi}{2} \begin{pmatrix} 1 & 1/2 & 1/2 \\ 1/2 & 1 & 1/2 \\ 1/2 & 1/2 & 1 \end{pmatrix} \quad (22)$$

Егер әрі қарай біз сәулеленудің тасымал теңдеуін (18) қабылданған қарқынның үлестірілуімен қоса биссектрисалары координаталардың оң және теріс өстерінде орналасқан шексіз аз бұрыштар бойынша интегралдайтын болсақ, онда мынадай қатынасты шығарып аламыз:

$$\frac{\partial A_i}{\partial x_i} = -K_a B_i + \frac{K_a}{\pi} \sigma T^4 \quad (23)$$

(23) теңдеуді (21) өрнекке қоя отырып, алты ағындық үлгінің мынадай дифференциалдық теңдеулерінің жүйесіне қол жеткіземіз:

$$\frac{\partial}{\partial x_i} \left( \frac{1}{K_a} \frac{\partial}{\partial x_i} b_{i,j} B_i \right) = +K_a B_i - \frac{K_a}{\pi} \sigma T^4 \quad (24)$$

Осы үлгі [102] жұмыста айнымалы интегралдық бұрыштар жағдайы үшін қолданылған. Осы бұрыштар қарқынның үлестірілуімен үш координаталық бағыттар бойынша байланысқан.  $b_{i,j}$  коэффициенттері мынадай матрица арқылы анықталады:

$$b_{i,j} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1+x_i^{n^2} & \frac{1-x_i^{n^2}}{2} & \frac{1-x_i^{n^2}}{2} \\ \frac{1-x_i^{n^2}}{2} & 1+x_i^{n^2} & \frac{1-x_i^{n^2}}{2} \\ \frac{1-x_i^{n^2}}{2} & \frac{1-x_i^{n^2}}{2} & 1+x_i^{n^2} \end{pmatrix} \quad (25)$$

$x_i^n$  параметрлері бағытталған сәулеленудің қарқынына тәуелді және мынадай қатынаспен анықталады:

$$x_i^{\text{CO}_2} = \gamma \frac{B_i}{\sqrt{B_1^2 + B_2^2 + B_3^2}}, \text{ мұндағы } \gamma=0.1 \quad (26)$$

(3) энергия балансындағы сәулелік ағындарға қатысты көздік мүше қосынды қарқынды  $\Omega=4\pi$  денелік бұрыш бойынша интегралдаудың нәтижесінде алынады. (16) теңдеуге сай:

$$q = \frac{4\pi}{3} \left( \frac{\partial A_1}{\partial x_1} + \frac{\partial A_2}{\partial x_2} + \frac{\partial A_3}{\partial x_3} \right) \quad (27)$$

Сәулелену нәтижесіндегі жылу алмасуға отындық кеңістіктегі жоғары концентрациялы су буы мен көміртегі диоксидтері айтарлықтай әсер етеді, ал күкірт диоксиді немесе аммиак сияқты компоненттер сәулеленудің нәтижесіндегі жылу алмасуға едәуір үлес қоспайды, өйткені, олардың концентрациялары аз. Газдар үшін жылулық сәулелену аймағындағы сәулелік энергияның шашырауын ескермеуге болады. Су буы мен көміртегі диоксиді толқын ұзындықтарының шектелген облыстарында ғана жылулық сәулелені бөліп, жұтады. Сәулелену нәтижесіндегі жылу алмасуды алты ағындық үлгінің көмегімен есептеу үшін газдар қоспасының сәулелену қабілеті компоненттердің сәулелену қабілеттерінен тұратындығына және температураға, толқын ұзындығы мен парциал қысымға тәуелді болатындығына баса назар аударған жөн. Түрлі компоненттердің сәулелену жолақтары өзара бітісіп кеткен қоспада сәулелену қабілеті түзету мүшесінің көмегімен кеміп отыруы тиіс. Сәулелену сипаты, сәулеленудің тиімді диапазондары, диаграммалар мен сәулелену қабілеттерін есептеу тәсілдері [103] жұмыста жақсы баяндалған.

[104] жұмыста су буының парциал қысымы мен диоксидтің әсері ескерілген. Мұнда сәулелену үлгісін ықшамдау мақсатында қос газдың сәулелену жолақтары толығымен түйіседі деп, ал массалық көбейткіштер мен меншікті жұтылу коэффициенттері газдың температурасына тәуелді деп қарастырылады. Онда жұтылу коэффициенті үшін мына қатынасты шығарып аламыз:

$$K_{a,G} = a_{G,\text{CO}_2} k_{\text{CO}_2}^* p_{\text{CO}_2} + a_{G,\text{H}_2\text{O}} k_{\text{H}_2\text{O}}^* p_{\text{H}_2\text{O}} \quad (28)$$

Үлгінің тұрақтылары [104] сәйкес 1 кестеде келтірілген.

*1 кесте*

#### Үлгінің тұрақтылары

Компонент	$k_{\beta}^*, 1/\text{mbar}$	$a_{G,\beta}$
CO <sub>2</sub>	$85.0 T_G^{-1/3}$	$0.275-8.4 \cdot 10^{-5} T_G$
H <sub>2</sub> O	$1100 T_G^{-0.82}$	$7.2 T_G^{-0.4}$

Қатты заттардан тұратын газдарда сәулелену нәтижесіндегі жылу алмасуға бөлшектердің әсері су буы мен көміртегі диоксидінің әсерімен салыстырғанда бірнеше есе жоғары болуы мүмкін. Бөлшектердің сәулеленуі барысында өтетін процестер газдың сәулелену процесінен ерекшеленеді: бөлшектер бұлтында сәулелену жеке бөлшектердің беттерінде жартылай шашырайды және жартылай жұтылады. Осы кезде шағылу, дифракция және сыну процестерін және бөлшектер бұлтының сәулелену қасиеттеріне жану процесінде өзгеріске ұшырайтын олардың мөлшері мен пішіндері және толқын ұзындықтары әсер ететіндігін ұмытпаған жөн [92].

Жұтылу және шашырау коэффициенттерін аналитикалық жолмен анықтау мүмкін емес (мысалы, өйткені, көмір тозаңы үшін оның оптикалық қасиеттері белгілі емес). Осы жұмыста газдардың сәулеленуіне ұқсас олар үшін мынадай қатынас таңдап алынған: бұл қатынас көмір тозаңының болуы салдарынан туындайтын қарқынның әлсіреуін ескереді:

$$I = (K_{P,a} + K_S)I_o \quad (29)$$

Жұтылу барлық бөлшектердің беттеріне пропорционал. Ықшамдау үшін бөлшектер бұлты түрлі диаметрлері бар ұсақ сұр сәулелену шарларынан тұрады деп саналады және сонда шашырау және жұтылу коэффициенттері былайша анықталады:

$$K_{P,a} = X_a n_p \sum_{n=1}^l d_{n,p}^2 \frac{\pi}{4} \quad (30)$$

$$K_S = X_s n_p \sum_{n=1}^l d_{n,p}^2 \frac{\pi}{4} \quad (31)$$

$X_a$  мен  $X_s$  сұр сәулеленудің қасиеттерін ескереді және жұтылу мен шағылу факторлары деп аталады, олар сұр сәулелену үшін мына қатынас арқылы өзара байланысқан:  $X_s = 1 - X_a$ . [94] жұмыста шашырау мен жұтылу факторларының мәндері берілген. Егер бөлшектер бұлты диаметрлері мен тығыздықтары бірдей бөлшектерден тұрады деп есептейтін болсақ, онда бұл жайт шашырау мен жұтылу коэффициенттерін анықтауды жеңілдетте түседі:

$$K_{P,a} = X_a \frac{6\rho_G x_p}{4\rho_p d_p} \quad (32)$$

Жұтылу факторының орташаланған мәні:  $X_a=0,85$ . Егер газ бен қатты зат бөлшектерінің арасында термодинамикалық тепе-теңдік бар болса, онда суспензияның сәулеленуі тозақ мен газдың сәулеленулерін қосу арқылы бейнеленеді:

$$K_a = K_{a,p} + K_{a,g} \quad (33)$$

$X_a$  мен  $X_s$  сұр сәулеленудің қасиеттерін ескереді және жұтылу мен шашырау факторлары деп аталады. Олар сұр сәулелену үшін мына қатынас арқылы байланысқан:  $X_s = 1 - X_a$ . [94] жұмыста шашырау мен жұтылу факторларының мәндері берілген.

10 дәріс. Химиялық реакцияларды моделдеу

Химиялық реакциялардың үлгісі әсерлесетін ағындар үшін көздік мүшені  $R_\beta$  анықтайды, аталмыш мүше (4) теңдеудегі химиялық реакцияның жылдамдығымен  $\dot{\omega}_\beta$  байланысқан. Жану процесін бейнелеудің дәлдігі жалындағы химиялық реакциялардың кинетикасы жайындағы дәлдікпен анықталады. Өтіп жатқан реакциялардың

жылдамдығына әсерлесетін компоненттер мен температураның жергілікті таралуы айтарлықтай әсер етеді. Турбуленттік ағыстарда осы шамалар флуктуацияларға ұшырайды, ал осы пульсациялардың мәндері жергілікті турбуленттіліктің дәрежесіне тәуелді болады. Параллель өтіп жатқан тасымал процестерін үлгілеу және оларға температура мен концентрацияның флуктуацияларының әсер етуі үлкен қиындықтарды туғызады. Жануға қатысты жақсы зерттелмеген сала – отындықтың жалынындағы химиялық процестердің кинетикасы.

Көптеген жану теориялары мен үлгілері ықшамдалған химиялық механизмге негізделген. Аталмыш механизм жалындағы барша химиялық процестерді тиімді кинетикалық параметрлерге ие бір ғана реакцияға ықшамдайды. Жану дегеніміз жанғыш заттың (көмір) оттегімен жылдам, әрі толық тотығуын білдіреді, аталмыш процес жоғары температурада жылу бөлінумен қоса жүреді. Қазандықтардың отындықтарында табиғатта кең тараған тотықтырғыш – атмосфералық ауа қолданылады, оның көлемі бойынша 21% - ын немесе массасы бойынша 23,2%-ын оттегі құрайды.

Негізгі саты – кокстық қалдықтың жануы, оның қарқыны отынның жану қарқынын анықтайды. Кокстық қалдықтың жану жылуы жанғыш массаның жану жылуының негізгі бөлігін құрайды, ал оның жану сатысы барлық сатылардың ішіндегі ең ұзаққа созылатыны және көмірдің жануына жұмсалатын уақыттың 90%-ын алады. Жану процесінің ерекшеліктеріне бірқатар факторлар әсер етеді: отындықтың құрылысы, жану процесі өтетін қысым және т.б.

Барлық өтетін реакцияларды жете үлгілеу (аралық реакциялардың бәрін қосқанда) есептеуге кететін үлкен шығындардың немесе барлық аралық реакциялар жөнінде ақпараттың аздығынан тек қарапайым жағдайларда ғана жүзеге асады, мысалы, көміртегі тотығы жанған уақытта. Аталмыш жұмыста үлгілеуге жіберілген процестер үшін негізгі компоненттердің реакцияларын ғана ескеретін ықшамдалған үлгілер қолданылады.

Жұмыста интегралдық реакция үлгісін қолдану көптеген химиялық реакциялар бірнеше сатыдан тұратындығына негізделген. Тіпті ең баяу жүретін реакция сатысы бүтіндей жалпы реакцияның жылдамдығын анықтайды. Көпсатылы реакциялардың бірқатарын бірсатылы реакциялардың заңдылықтарына сүйене отырып үлгілеуге болады, ал осы кездегі кинетикалық мәліметтер реакцияның ең баяу сатысымен анықталады. Аталмыш жұмыста қолданылып отырған көмір тозаңын жағу үлгісі отын компоненттерінің реакцияның шекті орнықты өнімдеріне дейін тотығуының интегралдық реакцияларын ескереді. Осы жағдайда аралық реакциялар, сонымен қатар аралық орнықсыз өнімдердің түзілісі мен өзгерісі ескерілмейді.

Жану камераларында өтетін көптеген химиялық реакцияларды температура мен концентрацияның шектелген облыстары үшін ғана интегралдық реакция үлгісінің көмегімен бейнелеуге болады. Зиянды заттардың түзілуін және олардың сыртқа шығуын кемітуді температура мен концентрацияның кең интервалы үшін орынды реакциялық-кинетикалық үлгімен ғана сипаттауға болады. Реакциялық-кинетикалық үлгінің негізі болып орнықсыз аралық өнімдерді ескергендегі компоненттердің арасындағы реакцияның молекулалық өтуінің сипаттамасы енетін сәйкес реакция механизмі болып табылады.

Көптеген элементар бөлшектер үшін әдебиеттерде реакция жылдамдығы тұрақтыларының мәндері бар. Аталмыш мәндер физикалық заңдылықтардан емес, тәжірибелік жолмен анықталған және қателіктері де соған орай үлкен. Есептеу нәтижелерін өлшенген мәліметтермен үйлестіру үшін реакциялық-кинетикалық үлгілерді жобалау барысында реакция жылдамдықтарының эмпирикалық тұрақтыларын қолданады.

Химиялық реакцияның ең қарапайым жағдайы – бірдей фазалы қос А және В компоненттері арасындағы реакция. АВ өнім концентрациясының уақыт бойынша өзгерісін мына теңдеумен бейнелеуге болады:

$$\dot{\omega}_B = \frac{dc_{AB}}{dt} = k(T)c_A c_B \quad (80)$$

Өнім концентрациясының өзгерісі реагенттердің концентрациясы және реакция жылдамдығының тұрақтысымен  $k$  анықталады, соңғысы температуралық тәуелділік пен зат компоненттерінің реактивтілігін ескереді. Аррениус заңы бойынша [115] жылдамдық тұрақтысы мына қатынастан тұрады:

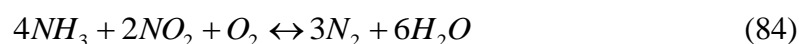
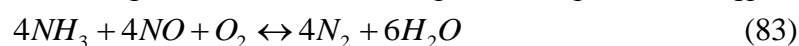
$$k(T) = k_0 e^{-E/RT}, \quad (81)$$

Мұндағы  $k_0$  коэффициент пен  $E$  активация энергиясы – тәжірибелік жолмен анықталатын кинетикалық тұрақтылар. Аталмыш эмпирикалық заң мына түрде жазылады [116-117]:

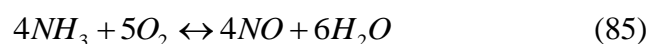
$$k(T) = k_0 T^n e^{-E/RT} \quad (82)$$

Отынның азоттекес заттарынан азот оксидтерінің пайда болуын процестің ықшамдалған сызбасы бойынша жуықтап есептеуге болады, осы сызбаға сай негізінен ұшпа заттардың жануы барысында аталмыш заттар белсенді атомдық азотқа дейін ыдырайды. Ал осы атомдық азот ішінара молекулалық азотқа ( $N+N \rightarrow N_2$ ) рекомбинацияланады және ішінара азот тотығы қоспасына дейін тотығады.

Түтінді газдарда түзілетін молекулалық азот пен азот тотығы қоспаларының концентрациялары гомогенді кинетиканың (80-82) теңдеулерін шешу арқылы табылады. Шамамен 1300К температураға дейін реакция өнімдері ретінде азот пен су буы басымдылық танытады, өйткені, улы газдың мөлшері кему бастайды. Аммиак - улы газ – оттегі сияқты үштік қоспада өтетін реакцияларды мына түрде бейнелеуге болады:



Аса жоғары температурада немесе түтінді газдардағы оттегінің мөлшері өте жоғары болғанда зиянды реакциялар орын алуы мүмкін. Мысалы, 1300К тең температурада аммиак азот тотығына дейін тотығады:



(83)-(85) теңдеулер орныққан бастапқы заттардан бастап орныққан шекті өнімдерге дейін жүретін интегралдық реакцияларды бейнелейді. Дегенмен де аралық реакциялар ескерілмейді, аталмыш реакцияларға алдымен ОН, Н немесе О сияқты еркін радикалдар қатысады. Реакцияның жүру жолдарының мүмкін болатын комбинациялары түрлі үлгілердің негізі болып табылады [107, 119, 120-128]. Олардың қайсыбірін таңдап ала білу қолда бар ЭЕМ-ның мүмкіндіктерімен ұштасып жатыр. Үлгіні таңдап алудағы критерилердің рөлін реакциялар мен оған қатысатын компоненттердің ең аз саны атқарады. Аталмыш жағдайда жүргізілген есептеулер біртебірте дәл болуы және олар тәжірибелік мәліметтермен бірегей үйлесімділікте жатуы тиіс.

Осы жұмыста [119] жұмыс үлгісі қолданылған, аталмыш үлгі есептеуге қатысты шығынды көп талап етпейді. Мұнан өзге осы үлгі лабораториялық жағдайлар мен ірі отындықтарда жүргізілген саны көп тәжірибелердің арқасында сыннан сүрінбей өткен [59-61, 67-68, 77, 107, 129 және т.б.]. Бұл үлгі  $NO_x$  – үлгі үшін 31 элементар реакцияны ескереді, оның үстіне оған 15 зат, ұшпа заттардың сумен, сутегімен, көміртегінің тотығы және қос

тотығымен,, метанмен қоса түзілісінің шығу реакциялары, сонымен қатар көмірден бөлінген бірінші текті ұшпа заттардың газ фазасында шекті өнімдерге (CO, CO<sub>2</sub>, H<sub>2</sub>O, H<sub>2</sub>, O, H) дейін түрлену реакциялары қатысады. Реакциялар мен олардың кинетикалық мәліметтері [77, 119] жұмыстарда келтірілген. Компоненттердің концентрацияларының уақыт бойынша өзгерісі (80) түріндегі қарапайым дифференциалдық теңдеулермен сипатталады. Дифференциалдық теңдеулерді шешу үшін сандық әдісті таңдап алу барысында аталмыш жүйенің «қатқылдығын», яғни шешімде түрлі реакциялар үшін уақыттық масштабтардың кең диапазонының болатындығын ескерген жөн:

$$\max \left[ \frac{\partial \beta}{\partial \alpha_n} \right] / \min \left[ \frac{\partial \beta}{\partial \alpha_n} \right] \gg 1$$

Осы қатқыл теңдеулер жүйесін шешу үшін белгілі NAG [77] математикалық қамту пакетінен алынған Гир әдісі қолданылады.

Көмірдің тұтануы мен жануын ұшпа заттардың бөлінуі және тұтануы процестеріне және пиролизден кейін қалған кокстың жануына жіктеуге болады. Осы процестерді реакциялық-кинетикалық теңдеулердің көмегімен үлгілеуге болады. Жану үлгісі тек жану нәтижесіндегі жылудың жергілікті бөлінуі мен жану өнімдерінің жылу алмасуға әсерін ғана бейнелеуі тиіс. Сондықтан пиролиз бен жану үлгілерін таңдау кезінде компоненттерінің саны көп дәрежі жүйелерді қолданудан бас тартқан жөн.

570 К-нен бастап температура артқан сайын байытылмаған көмірден көмірсутектерден, сутегі мен көміртегі тотығынан тұратын ұшпа заттар бөлінеді. Пиролиз өнімдерінің мөлшері мен құрамы көмірдің түріне, температура мен көмір ұнтағының қыздырылу жылдамдығына тәуелді болады. Көміртозаңды отындықтардағы алау үшін қалыпты температура 1500-1900К құрайды, ал көмір тозаңының қыздырылу жылдамдығы 10<sup>4</sup>-10<sup>5</sup>К/с болады. Қыздырылу жылдамдығы осындай жоғары болғанда пиролиздің реакциялық максимумы жоғары температуралар аумағына қарай ығысады. Пиролиз өнімдерінің құрамы мен мөлшері, қыздыру жылдамдығы мен температурасы арасындағы тәжірибелік дәлелденген байланысты бейнелейтін үлгілер сәйкес реакция саны мен теңдеулердің көмегімен [130-135] еңбектерде берілген. Көміртегі концентрациясының уақыт бойынша өзгерісі бірсатылы пиролиз үлгісінде бірінші ретті қарапайым дифференциалдық теңдеудің көмегімен бейнеленеді:

$$\frac{dc}{dt} = -k_{pyr}c \quad (86)$$

Оның бастапқы шарттары: t=0 болғанда  $c = c_0$ .

Кинетикалық теңдеулерді шешу барысында бастапқы шарттар ретінде әдетте жалынды масса-спектрометрлік зондтау бойынша тәжірибелерді өңдеу нәтижесінде алынған орнықты өнімдерге қатысты мәліметтер алынады. Пиролиз жылдамдығының тұрақтысы осы жағдайда тұрақты деп есептеледі, мысалы, [136] жұмысты қараңыз. Пиролиз жылдамдығының температураға тәуелділігі Аррениустың түрөзгерген (82) заңының көмегімен үлгіленеді:

$$k_{pyr} = k_{0pyr} T^n e^{-E_{pyr}/RT}$$

Төменде 2 кестеде тәжірибелік жолмен алынған көмірдің сан алуан түрлері үшін кинетикалық мәліметтер келтірілген.

2 кесте

**Көмірдің түрлі сұрыптары үшін кинетикалық мәліметтер**

$k_{\text{пур}} = k_{0\text{пур}} T^n e^{-E_{\text{пур}}/RT}$		Атауы			
№	Көмір	$k_{0\text{пур}}$ , 1/s	n	$E_{\text{пур}}$ , kJ/mol	Автор
1	Тас көмір	$1.50 \cdot 10^5$	0	74	[137]
2	Тас көмір	$2.08 \cdot 10^5$	0	92	[138]
3	Бұрый уголь	$3.50 \cdot 10^5$	0	74	[139]

Екісатылы пиролиз үлгілерінде ұшпа заттардың бөлінуі қос параллель өтетін сатылардың көмегімен үлгіленеді, олардың бірі төменгі, ал екіншісі жоғары температураларға қатысты. Бұл жұмыста бірсатылы пиролиз үлгісі қолданылады, өйткені, осы жағдайда реакцияның стехиометриялық коэффициенттерін экспресс-талдаудың мәліметтерінен шығарып алуға болады, ал бұл өз кезегінде өте маңызды.

Пиролиз өнімдері ауамен араласа отырып, реакцияға қабілетті қоспа түзеді. Осы газ тәрізді өнімдердің жану реакцияларының жылдамдықтары жоғары болатындығы соншалықты бұл жану түрін диффузиялық жану деп жуықтауға болады. Егер турбуленттік пульсацияларды ескермесек, ұшпа бөліктердің жану жылдамдығы оттегінің мөлшерімен ғана анықталады. Бірақ, бұл кезде ұшпа заттардың жану жылдамдығына турбуленттік пульсациялардың әсерін ескеру үшін қосымша тасымал теңдеуін шешуге тура келеді, бұл [140] жұмыста жасалған.

Аталмыш жұмыста пиролиз өнімдерінің жану жылдамдықтарын анықтау үшін лездік араласу жуықтауындағы [141] жұмыста ұсынылған үлгі қолданылады, бұл үлгіде қосымша тасымал теңдеуін шешудің қажеті жоқ. Осы үлгінің негізгі идеясын қысқаша былай түсіндіруге болады:  $k$  турбуленттілік энергиясымен сипатталатын ірімасштабты құйындар макро араласуды жеделдете түседі, ал турбуленттілік энергиясының диссипациясы  $\epsilon$  микро араласуды үдетеді. Сәйкесінше, ұшпа заттардың жану жылдамдығын  $k$ - $\epsilon$  - үлгісінің сипаттамаларымен байланыстыруға болады. Оттегінің мөлшері жеткілікті болатын және аздаған отыны бар облыстарда реакция жылдамдығын ұшпа заттардың концентрациясы анықтайды:

$$\dot{\omega}_{1FL} = c_1 \bar{c}_{FL} \frac{\epsilon}{k}$$

Отынмен қаныққан облыстарда реакция жылдамдығы оттегінің мөлшерімен және стехиометрия коэффициентімен  $\nu_{O_2FL}$  анықталады:

$$\dot{\omega}_{2FL} = C_2 \frac{\bar{c}_{O_2}}{\nu_{O_2FL}} \frac{\epsilon}{k}$$

Егер отын мен оттегі бірізгі турбуленттік мольдерде кездесетін болса, онда мұндай жағдайда реакция жылдамдығы ыстық жану өнімдерімен анықталатын болады:

$$\dot{\omega}_{3FL} = C_{3FL} \frac{\bar{c}_{CO_2} + \bar{c}_{H_2O}}{v_{O_2FL} + 1} \frac{\varepsilon}{k}$$

Нақты жағдайда, әрине, осы жылдамдықтардың ең азы анықталады:  $\dot{\omega}_{FL}^* = \min(\omega_{1FL}, \omega_{2FL}, \omega_{3FL})$ .

Осы үлгінің тұрақтылары [141] жұмыста келтірілген:  $c_1=4.0$ ,  $c_2=4.0$ ,  $c_3=2.0$ .

Кокс бөлшектерінің бетіндегі қатты көміртегінің гетерогенді жану реакциясы оттегінің қоршаған ортадан шекаралық қабатқа және бөлшектің кеуекті ортасына диффузиясымен, сонымен қатар бөлшектің беткі қабатындағы көміртегі және оттегінің арасындағы реакциямен анықталады. Осы процестердің ішіндегі ең баяуы кокстың жану жылдамдығын анықтайды. [136] жұмыста кокс реакциясының жылдамдығы үшін (80) қатынас ұсынылған, мұнда жылдамдық коэффициенті үшін оттегі диффузиясының әсері мен кокс бетіндегі реакцияны ескере отырып, мынаны аламыз:

$$k_c = \frac{k_c^{(D)} k_c^{(chem)}}{k_c^{(D)} + k_c^{(chem)}}$$

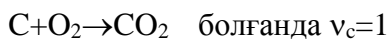
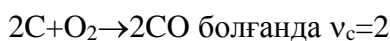
Диффузия үшін Фик заңын және оттегінің беттегі парциал қысымы мен газ бен бөлшектер арасындағы сырғанауды ескермеуге боларлықтай аз деген болжамды қолдана отырып, [136] жұмыстың авторы мынаған қол жеткізген:

$$k_c^{(D)} = \frac{2v_c D M_c}{RT_m d_p}$$

Диффузия коэффициентінің температураға тәуелділігі мына түрде берілген:

$$D = D_0 (T_m/T_0)^{1.75}, \text{ мұндағы } T_m = (T_r + T_c)/2; T_0 = 1600 \text{ K}; D_0 = 3.49 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2/\text{s}$$

$v_c$  стехиометриялық коэффициенті кокс бетінде өтетін оттегі мен көміртегі арасындағы реакцияны ескереді:



Химиялық реакция жылдамдығының тұрақтысы Аррениус заңының көмегімен үлгіленеді:

$$k_c^{chem} = k_{0c} \exp(-E_c/RT_x)$$

Тас көмір коксының жануы үшін  $k_{0c}$  коэффициенті мен  $E_c$  активация энергиясының төмендегідей мәндері бар [88]:

$$k_{0c} = 204 \left[ \frac{\text{kg}}{\text{m}^2 \text{s} \cdot \text{bar}^n} \right], E_c = 79.4 [\text{kJ/mol}], H_{uc} = 33000 \text{ kJ/kg}$$

Көмірдің жануы нәтижесіндегі оттегінің, көміртегі қос тотығының және су буының концентрацияларының жергілікті өзгерістері отынның элементтік құрамы мен отын сутегісі мен көміртегісі және ауаның оттегісі арасындағы реакцияның стехиометриясы бойынша анықталады [84, 142].

Төменде осы тарауда баяндалған математикалық үлгінің көмегімен жүргізілген есептеу тәжірибелерінің нәтижелері келтіріледі.

Теңдеулер жүйесі сызықтандырылады және әрбір айнымалы үшін тасымал теңдеуін итерация әдістерін қолдана отырып, жеке-жеке шешуге болады. (45) алгебралық теңдеулер жүйесін шешудің түрлі итерациялық әдістері бар. Теңдеулерді шешу барысында элементар көлемдер арасындағы байланыс неғұрлым жақсы ескерілетін болса, итерациялық әдістердің



үйлесімділік дәрежесі де соғұрлым жоғары болады. Алайда, айнымалылар арасындағы байланыс жоғары болған сайын есептеуге жұмсалатын шығын да көп болмақ.

Техникалық ағыстарды бақылаушы көлем әдісімен үлгілеу барысында қуалау әдісі сияқты алгебралық теңдеулер жүйесін шешудің қарапайым, әрі үнемді әдістері жиі қолданылады [85, 105]. Теңдеулерді сызықтандыру үшін айнымалыларға қатысты коэффициенттерді алдыңғы итерациялардағы шамалардың көмегімен анықтауға болады, яғни сызықтандырылған теңдеулер жүйесін шешу барысында сәйкес шамалар тұрақты болып қалады. Есептеп табылған мәндер келесі итерациядағы коэффициенттерді анықтау үшін қолданылады [77].

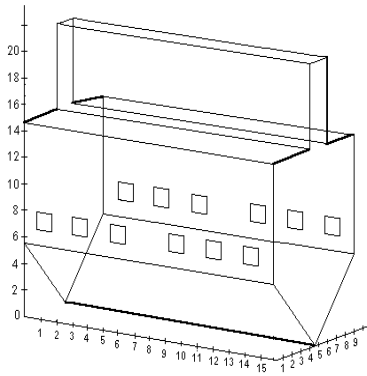
#### 11 дәріс. Конвективті жылу алмасу

#### 12 дәріс. Жану камерасында реакцияға түсетін ағыстарды 3D компьютерлік моделдеу

Екібастұз көмірінің жоғары күлділігі алаудың тұтануының орнықтылығын төмендетеді, осы кезде алау ядросы жану камерасының шығысына қарай ығысады, ал шығыс бөліктегі температура жоғарылайды, осының салдарынан зиянды жағдайлар орнайды. Мысалы, айтар болсақ, азот қышқылдары көп бөлінеді, буқыздыру құрылғыларының температураға шыдамдылығы кемиді. Соңғы кездері көмірдің арзан төменгі сұрыптарымен жұмыс жасай беретін жаңа, тиімділігі жоғары отындық құрылғылар кеңінен жасалуда. Қазандық құрылғының қызметі көптеген факторларға, оның ішінде жанарғы құрылысы мен оның қиысуына тәуелді болады [169-174].

Осы бөлімде Павлодар ЖЭО-ның БКЗ-420-140 қазандығы мысалында аэродинамика, жылу және масса алмасу мәселелеріне қатысты сауалдар қарастырылған. Осы тектес қазандықтардың жанарғылары әр түрлі болған: бірдеңгейлі, тікелей жанарғылары екіжақты орналасқан, отынды тангенциаль беретін және екі деңгейлі, яғни құйынды жанарғылар қазандықтың бір ғана жақтауына орналасады. Жанарғыларды орналастыру әдістері қазандықтың өнімділік дәрежесіне байланысты болады, дей тұрғанмен олардың әрқайсысының өзінің артықшылықтары мен кемшіліктері бар. Алайда, жанарғыларды үйлестірудің түрлі нұсқалары қолданылған қазандықтарды пайдалану бойынша тәжірибе мен Екібастұз көмірін жағатын қазандықтарға арналған отындықтардың жұмысына жасалған талдаулар көрсеткендей, құйынды жанарғылары қарсы орналасатын әдіс тиімдірек деп есептеледі: аталмыш әдіс отындық процесінің жоғары орнықтылығын қамтамасыз етеді [1, 154-156, 158, 162, 175].

БКЗ-420 қазандығының отындық камерасы 16 суретте бейнеленген түрге ие. Бүркілген отын отындық кеңістігіне жанарғылар арқылы ауа ағынымен беріледі. Ол үшін отындық камерасы қазандықтың жақтауларында бір сызықтың бойында алтаудан қарама – қарсы орналасқан 12 турбуленттік жанарғылармен қамтамасыз етілген. БКЗ-420 қазандығы көптеген ЖЭО-ы үшін негізгі қазандық болып табылады. Қазақстанның аумағында осындай отындығы бар 300 Мвт блокқа 16 қазандық және 500 Мвт блокқа 9 қазандық жұмыс жасайды [1]. Отындықтың жоғарғы бөлігіндегі газдың жылдамдығын арттыру үшін және осындай тәсілмен экрандардың ластануын азайту мақсатында камераның жоғарғы жақтаулық қабырғалары жақындастырылған.



16 сурет – Отындық камерасының сызбасы (БКЗ-420-140 қазандығы)

Қазандықтың өнімділігі 67 347 кг/сағ құрайды. Ондағы әрбір жанарғы арқылы ауа шығынын мына өрнектен анықтауға болады:

$$V_i = \alpha_{\Gamma} V_0 V_i = 1.05 \times 4.508 \times 5612.25 = 26565 \text{ м}^3/\text{сағ},$$

мұндағы  $\alpha = 1.05$  - жанарғыдағы ауаның шектен тыс артықшылық коэффициенті,  $V_0 = 4.508 \text{ м}^3/\text{кг}$  – 1 кг отынды жағу үшін теориялық тұрғыдан қажетті ауа көлемінің мәні. Төменнен берілетін ауаның жылдамдығы үрленетін ауа жану камерасына жалпы берілетін ауаның 10%-ын құрайды деген шарттан анықталады. БКЗ-420 -140 қазандығының техникалық сипаттамалары және ондағы Екібастұз көмірін жағу процесін үлгілеу және жетілдіруге арналған бастапқы мәліметтер 4 кестеде келтірілген, ал көмірдің құрамы 6 кестеде берілген. Сандық есептеулерде 33x14x28 өлшемді тор қолданылған, бұл 12 936 бақылаушы көлемді құрайды.

4 кесте

#### БКЗ-420 отындық камерасының сипаттамасы

Шаманың атауы	Белгіленуі	Өлшемділігі	Мәні
1. Отын шығыны	B	кг/сағ	67 347
2. Жанарғы арқылы отын шығыны	$V_i$	кг.сағ	5612.25
3. Отынның жылу бөлгіштік қабілеті	$Q_N^P$	ккал/кг	4050
4. Қазандықтың қуаты	Q	kw	31 9196
5. Отындықтың тереңдігі	A	м	9,024
6. Отындықтың ені	B	м	15,744
7. Отындықтың биіктігі	H	м	20,9
8. Жанарғылардың деңгейлерінің саны	$n_{\text{яр}}$	дана	1
9. Жанарғылардың саны	$Z_{\Gamma}$	дана	12
10. Жанарғының диаметрі	$D_{\Gamma}$	м	1.05

11.Аэрокоспаның температурасы	$t_a$	$^{\circ}\text{C}$	110
12. Жанарғылардағы ауаның температурасы	$t_b$	$^{\circ}\text{C}$	350
13. Жанарғылардағы ауаның шектен тыс артықшылық коэффициенті	$\alpha_r$		1.05
14. Жанарғының шығысындағы ауаның жылдамдығы	$V_r$	нм/с м/с	8.531 19.468
15. Жанарғыдағы жылдамдықтың шеңберлік құраушысының жылдамдығы	$V_{\phi}$	нм/с м/с	6.8 15.518

5 кесте  
Отынның сипаттамасы

Отынның құрамы мен сипаттамасы	ЕКІБАСТҰЗ КӨМІРІ										$Q_{\text{Н}}^{\text{P}} / 10^4 \text{ (kJ/kg)}$
	W <sup>p</sup>	A <sup>p</sup>	S <sup>p</sup>	C <sup>p</sup>	H <sup>p</sup>	O <sup>p</sup>	N <sup>p</sup>	V <sup>p</sup>			
Құрамы (%)	8.0	3.8	0.4	4.2	2.9	6.5	0.8	0.7	3.0	1.69	

### Сандық тәжірибенің нәтижелері

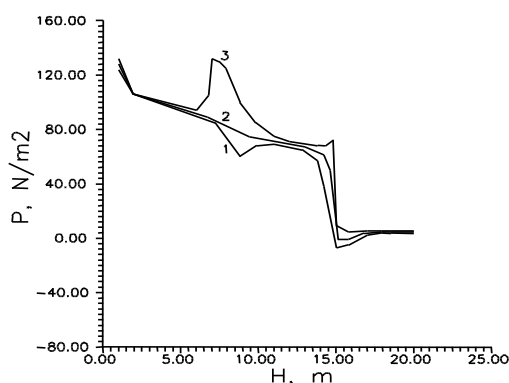
Сандық тәжірибенің нәтижелері 17-46 суреттерде келтірілген. Отынды (X, Y) жазықтығында  $z=7.81\text{м}$  мәнінде орналасқан жанарғының қарсы жатқан соплалары арқылы беретін оратылған ағыншалар отындықтың орталық бөлігінде көлемдік құйындық ағыс түзеді. Ағыс өз кезегінде отындықтың жоғарғы бөлігіндегі жақындастырылған жақтаулық қабырғалардың арасындағы «каналдық» ағысқа  $Z = 14.650\text{м}$  мәнінде шығады. Бұрыштар маңайындағы жылдамдықтардың мәні өте аз, тек сүзгінің төменгі қабырғасын қоспағанда  $Z = 0$ ,  $Y = 4.512\text{м}$ , ол арқылы суық ауа сорылады.

Жанарғылар жазықтығынан төменірек  $3 < Z < 7.81\text{м}$  жанарғылардан келетін ағыс сүзгінің төменгі қабырғасы арқылы енетін сорылатын ауамен қоса (X,Y) жазықтығында үлкен жылдамдықты және (Y,Z) жазықтығында кіші шеңберлік жылдамдықтары бар қарсы құйындарды тудырады. Камераның сүзгісіндегі ( $0 < Z < 3\text{м}$ ) осы құйындардың астында  $Y = 4.512\text{м}$  мәнінде (X,Z) симметрия жазықтығы маңайында жоғары қарай бағытталған ағысты байқауға болады. Қарастырылып отырған камера құрылымында максимал конвективті тасымал отынды беру жызықтығы мен отындықтың тереңдігі бойымен симметрия жазықтығында байқалады. Жылдамдық өрісінің мұндай сипаты камера көлеміндегі мынадай бейнені береді: максимал жану камераның орталық бөлігінде орын алады.

17-28 суреттерде әрбір  $Z=\text{const}$  мәні үшін есептеп табылған (X,Y) қима бойынша шамалардың максимал, минимал және орташа мәндерінің профилдері берілген. Мысалы, 17 суретте қазандықтың биіктігі бойындағы қысым үшін осындай мәндердің таралуы

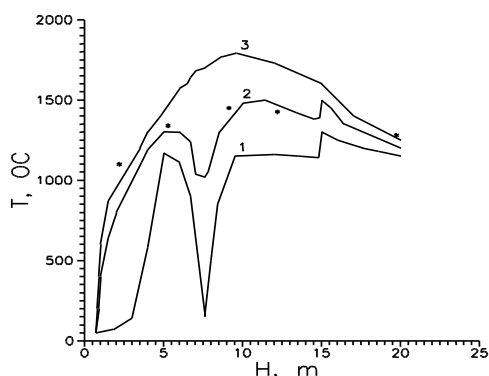
берілген, мұнда отын мен тотықтырғышты беру аймағында қысымның күрт артып кететіндігін және қазандықтың шығысына қарай жылжи бергенде оның біртіндеп төмендейтіндігін байқауға болады. Ақиқат қысым мынаған тең:  $P_w = P + 10^5$  (Па).

18 суретте қазандықтың биіктігі бойымен (X,Y) қимасындағы максимал, минимал және орташа теориялық және тәжірибелік температураның таралуы келтірілген. Барлық қисықтардағы минимумдар жанарғылар арқылы келетін отындықтағы аэрокоспаның температурасының төмендігімен байланысты. Тәжірибелік мәліметтермен салыстырсақ, олардың жақсы үйлесетіндігін байқаймыз. Отындықтың шығысындағы температура шамамен 1200 0C, ал есептік мәліметтердің тәжірибелік нәтижелерден айырмашылығы алау ядросында байқалады. Есептік нәтижемен салыстырғанда отындықтың жоғарғы бөлігіндегі газдардың температураларының деңгейі анағұлым жоғары болуы [1] монографияда айтылғанындай, Екібастұз көмірінің алауларын жағудағы қиыншылықтарға қатысты екен. Оны аталмыш көмірдің күлділігінің жоғарылығымен және отындықтағы жылу алмасудың төмендеуімен түсіндіруге болады, бұл қиындықты экрандарды күлдің қабаты жауып қалып, ластануымен анықтауға болады.



1- минимал, 2- орташа, 3- максимал мәндер

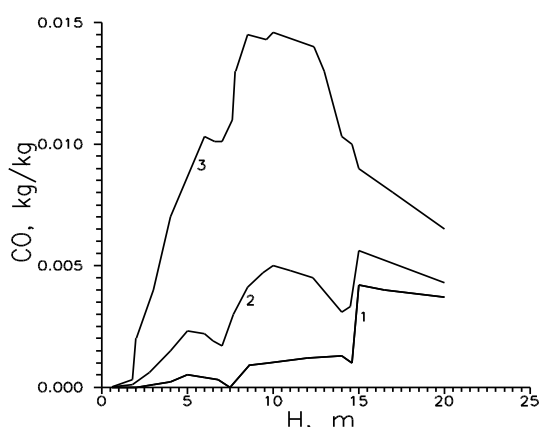
17 сурет – Жану камерасының биіктігі бойымен қысымның таралуы



1-минимал, 2-орташа, 3-максимал мәндер;  
сызық-есеп, \*-тәжірибе

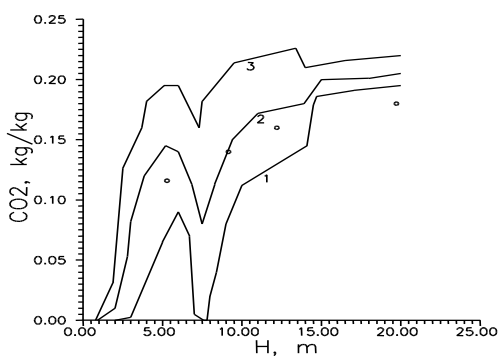
18 сурет – Жану камерасының биіктігі бойымен температураның таралуы

Көмірқышқыл газының  $CO_2$  (көміртегінің қос тотығы) және  $CO$  (көміртегі тотығының), оттегінің  $O_2$  және метанның  $CH_4$  жану камерасының биіктігі бойымен (X,Y) қимасы арқылы концентрацияларының максимал, минимал және орташа мәндерінің таралуы 19-20 суреттерде келтірілген.  $CO$  (19 сурет) және  $CH_4$  (20 сурет) қисықтары максимумға жанарғылар орналасқан облыста жетеді: осы аймақта отын мен тотықтырғыш арасындағы химиялық реакция негізінде көміртегі тотығы түзіледі. Қазандық құрылғысының шығысында  $CO_2$  концентрациясы 16-18% тең қалыпты жағдайда шамамен 19% құрайды, ал  $CO$  0.4%, метан  $CH_4$ -0.2%, бұл шекті жағдайдан төмен.  $O_2$  үшін максимал мәндер 21 суретте суық сүзгі ( $H=0$ ) мен жанарғы арқылы ауаның берілуіне сәйкес келеді.



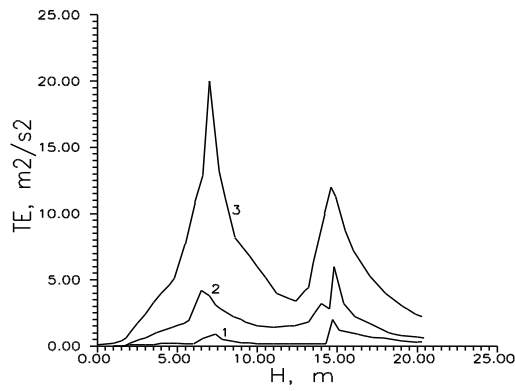
1- минимал, 2- орташа, 3- максимал мәндер

19 сурет – Жану камерасының биіктігі бойымен  $CO$  концентрациясының таралуы



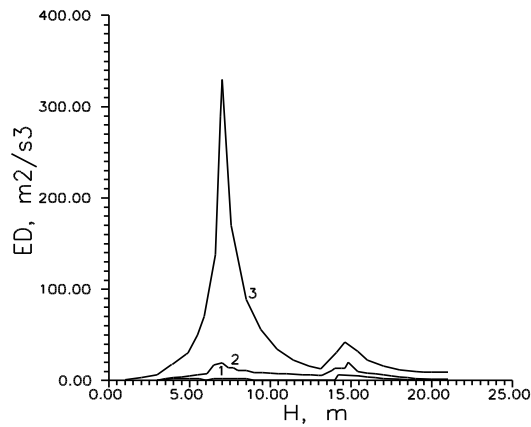
1-минимал, 2-орташа, 3-максимал мәндер;  
сызық-есеп, \*-тәжірибе

20 сурет – Жану камерасының биіктігі бойымен  $CO_2$  концентрациясының таралуы



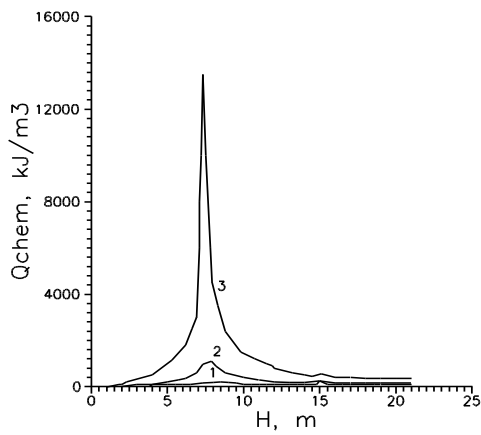
1-минимал, 2-орташа, 3-максимал мәндер

26 сурет – Жану камерасының биіктігі бойымен турбуленттіліктің кинетикалық энергиясының таралуы



1-минимал, 2-орташа, 3-максимал мәндер

27 сурет – Жану камерасының биіктігі бойымен энергия диссипациясының таралуы



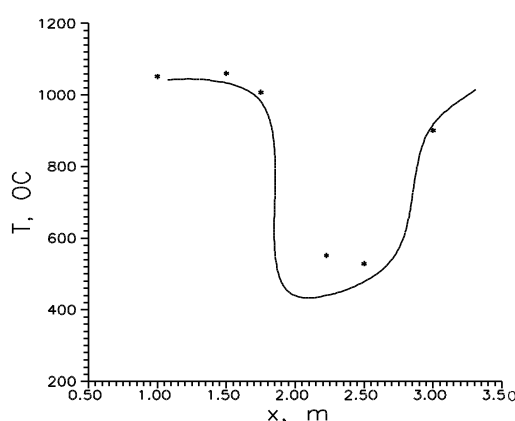
1-минимал, 2-орташа, 3-максимал мәндер

28 сурет – Жану камерасының биіктігі бойымен химиялық энергияның  $Q_{chem}$  таралуы

23-28 суреттерде келтірілген графиктерді талдай отырып, суреттердегі барлық қисықтар ең күрт өзгеріске отын да, ауа да берілетін жанарғылар орналасқан аймақтарда ұшырайтындығын байқауға болады. Жану камерасының тек осы облысында алау ядросы орналасқан. Алау ядросында отын көміртегісі мен тотықтырғыш оттегісі арасында қарқынды химиялық реакциялар жүреді, нәтижесінде  $CO_2$ ,  $CO$ ,  $H_2O$  (23 сурет), күл (24 сурет), кокс (24 сурет) түзіліп,  $Q_{chem}$  жылу ең көп бөлінеді (28 сурет) және турбуленттіліктің де деңгейі жоғары болады (26, 27 суреттер).

Тәжірибеден ерекше алшақтық (18, 20-21 суреттер) ұшпа заттардың тұтану және жану аймақтарында байқалады. Мұның ең басты себептерінің бірі – газдардың жану жылдамдықтарын бірсатылы пиролиз үлгісімен анықтау. Аталмыш үлгіде барша температуралық диапазон үшін бірқатар кинетикалық тұрақтылар қолданылады. Алайда, пиролиз бен жану үлгілерінің параметрлерін өзгерту үлгілеу нәтижесіне айтарлықтай әсер ете қоймайтындығын атап айтқан жөн [67]. Мұнда есептеу нәтижелері тәжірибелік өлшеулерге жақсы сәйкес келеді. Осылайша, математикалық үлгінің біз қолданып отырған нұсқасы зиянды заттардың түзілуін есептеуге қолайлы және іс жүзіндегі қазандық агрегаттарының отындықтарындағы ағыстарды есептеу үшін қолдануға жарамды деген қорытындыға келеміз.

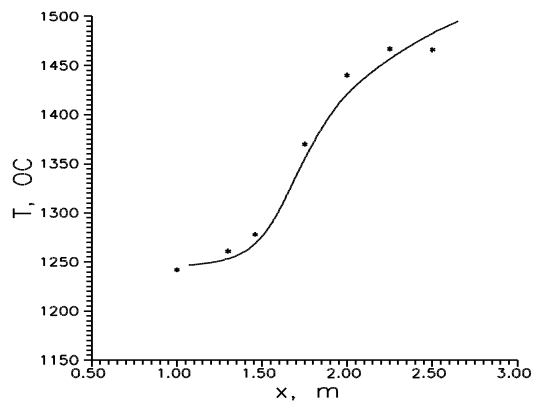
29-30 суреттерде жанарғылардың орналасу деңгейіндегі ( $z=7.5$  м) қазандық қимасындағы  $y$  координатасының қос мәні үшін (0.54м және 4.6 м отындықтың тереңдігіне бойлай)  $x$  өсі бойымен алғашқы қос жанарғының бойындағы температуралардың таралуы келтірілген.  $y=0.54$ м мәнінде (жанарғы соплосының маңында) қисықтағы температураның күрт түсуі суық аэроқоспа келетін облысқа сәйкес келеді, әрі қарай жанарғылар арасындағы отындық кеңістік аймағында максимумға күрт шығады.



Камераның тереңдігі бойынша қима  $y=0.54$ м

Сызық – теория, \*- тәжірибе

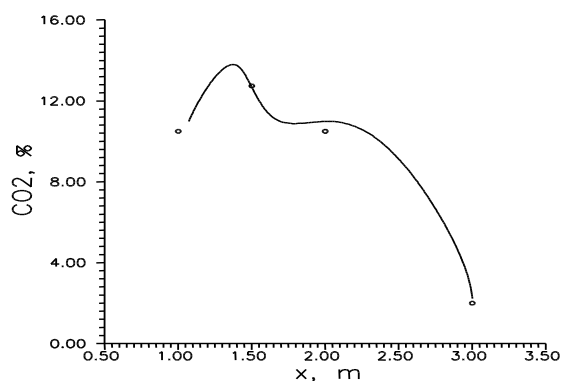
29 сурет – Алғашқы қос жанарғы облысындағы камераның ені бойымен температураның таралуы



Камераның тереңдігі бойынша қима  $y=4.6\text{м}$

Сызық – теория, \* - тәжірибе

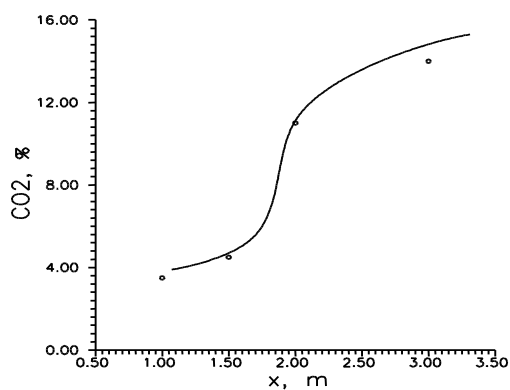
30 сурет – Алғашқы қос жанарғы облысындағы камераның ені бойымен температураның таралуы



Камераның тереңдігі бойынша қима  $y=0.54\text{м}$

Сызық – теория, \* - тәжірибе

33 сурет – Алғашқы қос жанарғы облысындағы камераның ені бойымен  $\text{CO}_2$  концентрациясының таралуы

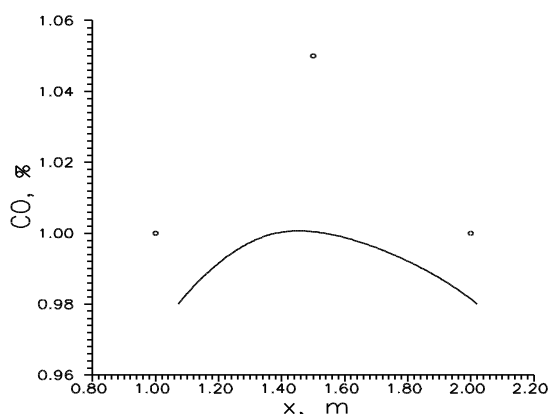


Камераның тереңдігі бойынша қима  $y=4.6\text{м}$

Сызық – теория, \* - тәжірибе



34 сурет – Алғашқы қос жанарғы облысындағы камераның ені бойымен  $\text{CO}_2$  концентрациясының таралуы



Камераның тереңдігі бойынша қима  $y=4.6\text{ м}$

Сызық – теория, \* – тәжірибе

35 сурет – Алғашқы қос жанарғы облысындағы камераның ені бойымен  $\text{CO}$  концентрациясының таралуы

30 суретте отындық өсіндегі температуралық қисық бейнеленген, яғни отындықтың тереңдігіне бойлай  $y=4.6\text{ м}$ . Мұнда жанарғы сопласы кескінінен алыс маңайда қисықтың температуралық сипаты өзгеше болады, ағынша өсіндегі температура жану камерасының ортасына қарай жақындаған сайын артады (37 суреттегі диаграммалық бейнеге қараңыз). 29-30 суреттердегі тәжірибелік мәліметтер тікелей Павлодар ЖЭО-нан алынған, олар есептеу мәліметтерінің тәжірибелік нәтижелермен жақсы үйлесетіндігін дәлелдейді.

Осы айтылғанның барлығы жану камерасының жоғарыда көрсетілген қималарындағы  $\text{O}_2$ ,  $\text{CO}_2$  және  $\text{CO}$  концентрацияларын есептеу мәліметтеріне де қатысты (31-35 суреттер). Жанарғының кірісі маңында  $\text{O}_2$ ,  $\text{CO}_2$  және  $\text{CO}$  шамаларының концентрациялары мен температуралары ең көп өзгеріске ұшырайды. Сандық үлгілеу мен тәжірибелік мәліметтер арасындағы айырмашылықтар бір пайыздан аспайды. Бұл отындық құрылғылардың жану камераларында тозақ күйіндегі қатты отынды жағу барысындағы конвективті жылу масса тасымалын бейнелейтін математикалық үлгі мен осы процестің турбуленттік сипаттамаларын есептеу бағдарламасының сенімділігін дәлелдей түседі. Камера жанарғысы ораласқан облыс ( $Z = 7.5\text{ м}$ ) қимасындағы  $T$ ,  $\text{O}_2$ ,  $\text{CO}_2$  және  $\text{CO}$  есептік мәндері 17-36 суреттерде бейнеленген диаграммалардың көмегімен анықталған.

13 дәріс. Қатты шаң-көмірлі отынды жағу кезіндегі реакцияға түсетін ағыстарды моделдеудің алгоритмі

14 дәріс. Сұйық отынның жануын 3D моделдеу

#### **Бірлік тамшының жану моделі**

Шашыраған сұйық отын алауының жануы негізінен бөлек бірлік тамшылардың жануымен анықталады. Тамшының жануы газдық фазада ғана жүреді. Жануды тамшының

жылуы және отынның булануы, отын буларының тоттықтырғышпен араласуы, тұтану температурасына дейін жанғыш қоспаның жылуы және қоспаның өздігінен жануы болжайды, яғни тудырады. Қалыптасқан жылу бір бірімен байланысқан екі процеспен сипатталады: алаудан алынатын жанғыштың жылу арқылы булануы және тамшы бетінен белгілі бір арақашықтықта болатын отынның бу және ауа қоспасының жануымен, сонымен қоса қоспаның булану және жану жылдамдықтары бірдей болады.

Тамшының булану процесіне әртүрлі факторлар әсер етеді: отынның ерекшелігі, тамшы айналасындағы газдың температурасы, тамшының диаметрі (радиусы).

Егер қарастырылып отырған уақыт мезетінде тамшының радиусы  $r_k$  болса, онда  $d\tau$  уақытта буланған отынның мөлшері былай анықталады:

$$dG_T = \frac{dQ}{q_{ucn}}, \quad (**)$$

Мұндағы  $q_{ucn}$  — сұйық отынның булануы, (\*\*\*)

Тамшының  $\tau$  жану уақытында барлық тамшы буланады, оның радиусы  $r_{ko}$  — ден 0-ге дейін өзгереді, яғни:

$$\int_0^{\phi} dr_k = \frac{-\int_{r_{ko}}^0 q_{ucn} c_k r_k dr_k}{l(t-t_k)} = \frac{\int_0^{r_{ko}} q_{ucn} c_k r_k dr_k}{l(t-t_k)}, \quad (1.17)$$

Қазіргі уақытта отынның бірлік тамшысының жануын сипаттайтын екі тәсіл бар: жанудың диффузиялық теориясын пайдалану арқылы, және кинетикалық факторларды ескере отырып жанудың диффузиялық теориясы арқылы.

Диффузиялық теорияның болжамы бойынша тамшының жану уақыты және процесінің сипаттамалары оттегі және отын буының жану аймағына диффузиялық ауысуымен анықталады. Екінші тәсіл кезінде кинетикалық кедергінің жануға әсері қосымша ескеріледі. Тамшының кіші диаметрі және төмен Рейнольдс саны кезінде (газ және тамшы ағынының қатысты жылдамдығы бұл ағында аз) тамшының жануы таза диффузиялық теориямен сипатталады. Тәжірибе бойынша, диффузиялық теориямен есептелген тамшының булану жылдамдығы тәжірибелік көрсеткіштермен сәйкес келеді, жану аймағындағы температура есептелген температурадан аз болып шығады.

Жанудың диффузиялық теориясын 1964 жылы Г.А.Варшавский ашқан. \*-суретте тамшының диффузиялық жануын түсіндіретін сызба көрсетілген. Отынның буы қоршаған ортадан жанудың бетіне ауысатын оттегі секілді тамшының бетінен диффузия әсерінен жану аймағына ауысады. Келтірілген жұқа қабықшаның ішкі бөлігінде (жанудың және тамшының беттерінің арасында) жану өнімдері мен отын булары ғана болады. Жану процесі кезінде жану бетінің тамшы диаметрі және сфера диаметрі өзгереді.



\*-сурет Тамшының жану сұлбасы

Жану процесін есептеу үшін төрт баланстық теңдеу құрылады. Ішкі аймақ үшін (жану аймағы мен тамшы арасындағы) жылулық баланс теңдеуі:

$$DG_T [q_{исп} + c_{II} (t_0 - t_k)] = \frac{4\pi r^2 \lambda dt_i}{dr}, \quad (**)$$

мұндағы  $c_{II}$ -отын буының концентрациясы;  $r$  — нөлден жану бетінің сфера радиусына дейінгі қазіргі радиус; теңдеудің сол бөлігі- отынның буын тамшы температурасынан  $t_0$  жану аймағындағы температураға  $t_k$  дейінгі булануы мен жылытуына кететін жылу шығыны,  $t_i$  - берілген температура.

Материалдық баланс теңдеуі:

$$DG_T = -4\pi r^2 \left( \frac{Dc_{II} dz_{II}}{dr} - wc_{II} z_{II} \right), \quad (**)$$

мұндағы  $D$  – диффузия коэффициенті,  $c_{II}$  және  $z_{II}$  - булардың тығыздығы және «бу-жану өнімдері» қоспасындағы будың қатысты құраушылығы,  $w$ -отын буының жылдамдығы. Мұнда оң бөліктегі бірінші мүше молекулалық диффузияның әсерінен будың ауысуын анықтайды, екіншісі тамшыдан жану аймағына дейінгі будың конвективті ағынына сәйкес келеді.

Ішкі аймақ үшін (қоршаған орта мен жану аймағының арасы) жылулық баланс теңдеуі мынандай түрге ие:

$$DG_T [q_T - c_{II}(t_k - t)] = \frac{-4\pi r^2 \lambda dt_i}{dr}. \quad (**)$$

мұнда сол бөліктің екінші мүшесі Стефандық ағынмен шығарылатын жану жылуының үлесіне сәйкес келеді және материалдық баланс теңдеуі (оттегі бойынша) келесідей өрнектеледі:

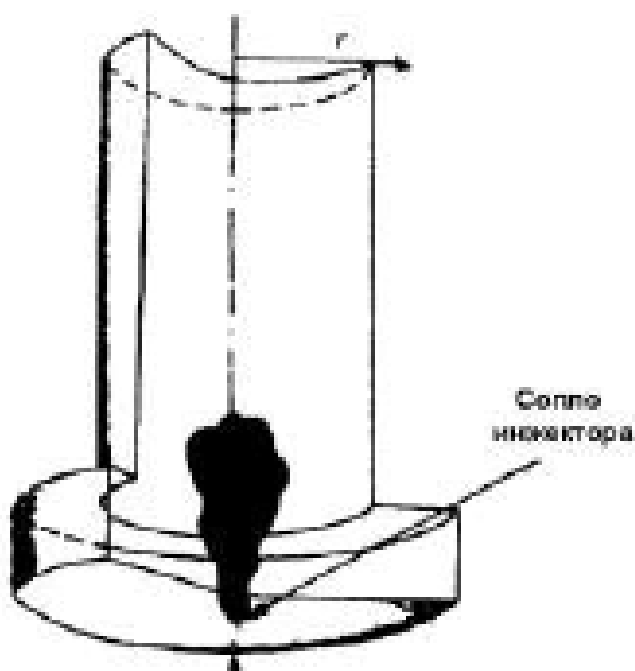
$$DG_T (z_{O_2}^T + z_{O_2}^{cm}) = \frac{4\pi r^2 D \rho_{O_2} dz_{O_2}^{cm}}{dr}, \quad (**)$$

мұндағы  $z_{O_2}^T$  — оттегі шығынының отын шығынына қатынасы;  $z_{O_2}^{cm}$  — «тоттықтырғыш-жану өнімдері» қоспасындағы оттегінің қатысты құраушысы. Сол бөліктің екінші мүшесі конвективті ауысуға сәйкес келеді. Жоғарыдағы теңдеулердің ортақ шешімі буланудың жылдамдығын, жану аймағындағы температураны, жану бетінің сфера диаметрін және тамшы бетінің температурасын анықтауға мүмкіндік береді.

## 5.2 Сұйық отын жануын математикалық моделдеу

Проведен вычислительный эксперимент по горению жидкого топлива со значением впрыскиваемой массы 0,0461г по [\*\*\* википедияға ссылақ об удельном расходе топлива]. Камера сгорания имеет форму цилиндра (рис.\*) с радиусом R=2 см и высотой H=15 см заполнена воздухом при температуре T=\*\*\* К и при давлении P=3,2 МПа. Жидкое топливо впрыскивается в камеру сгорания через круглое сопло, расположенное в центре нижней части камеры. После впрыска происходит быстрое испарение топлива, пары топлива смешиваются с окислителем, и сгорание осуществляется в газовой фазе. Процесс горения жидкого топлива является быстро протекающим, и его длительность не превышает в среднем 4 мс.

Отын түрі, химиялық белгісі, қысқаша сипаттама, структурасы, жылуфизикалық қасиеттері. Материалдық баланс теңдеуі+жылулық баланс----толықтыру керек.



\*\* -сурет Геометрия камеры сгорания

**Математикалық моделі.** Жану отынын бұркудің математикалық моделдеу есептері өзімен бірге  $m$  (1) компоненттерінің **жарылмайтын** теңдеуін, импульс теңдеуін (2), энергия теңдеуін (3),  $k$ - $\varepsilon$  моделінің турбулентті (4-5) теңдеуімен бірге жүреді:

$m$  компонентінің жарылмайтын теңдеуі:

$$\frac{\partial \rho_m}{\partial t} + \bar{\nabla}(\rho_m \vec{u}) = \bar{\nabla} \left[ \rho D \bar{\nabla} \left( \frac{\rho_m}{\rho} \right) \right] + \dot{\rho}_m^c + \dot{\rho}^s \delta_{m1} \quad (1)$$

Мұнда,  $\rho$  - қоспа тығыздығы,  $\rho_m$  -  $m$  компоненттерінің парциалды тығыздығы,  $\vec{u} = (u, v, w)$  - газ жылдамдығының компоненттері,  $D$  - диффузия коэффициенті,  $\dot{\rho}_m^c$  - химиялық көздік мүше,  $\dot{\rho}^s$  - бұрку нәтижесіндегі көздік мүше,  $\delta_{m1}$  -  $m_1$  компоненттері үшін Кронекер символы.

**импульс теңдеуі**

$$\frac{\partial(\rho \vec{u})}{\partial t} + \bar{\nabla}(\vec{u} \vec{u}) = -\frac{1}{a^2} \bar{\nabla} p - A_0 \bar{\nabla} \left( \frac{2}{3} \rho k \right) + \bar{\nabla} \vec{\sigma} + \vec{F}^s + \rho \vec{g} \quad (2)$$

Мұнда,  $A_0$  - кезектестіру коэффициенті,  $= 0$  ламинарлы модельдер үшін,  $= 1$  турбуленттік модельдер үшін,  $k$  - турбуленттіліктің кинетикалық энергиясы,  $\bar{\nabla}$  - градиент операторы,  $\vec{\sigma}$  - тұтқыр кернеу тензоры.

**энергия теңдеуі**

$$\frac{\partial(\rho I)}{\partial t} + \bar{\nabla}(\rho \vec{u} I) = -\rho \bar{\nabla} \vec{u} + (1 - A_0) \sigma \bar{\nabla} \vec{u} - \bar{\nabla} \vec{J} + A_0 \rho \varepsilon + \dot{Q}^c + \dot{Q}^s \quad (3)$$

мұндағы,  $\vec{J} = -K \nabla T - \rho D \sum_m h_m \nabla \left( \frac{\rho_m}{\rho} \right)$ ,  $\vec{J} = -K \nabla T - \rho D \sum_m h_m \nabla \left( \frac{\rho_m}{\rho} \right)$ ,  $I$  - меншікті ішкі

энергия,  $\varepsilon$  - турбуленттіліктің диссипация энергиясы,  $\dot{Q}^c$  - химиялық реакция нәтижесіндегі көздік мүше,  $\dot{Q}^s$  - бұркумен әсерлесу нәтижесіндегі көздік мүше.

**турбуленттіліктің  $k$ - $\varepsilon$  моделі**

$$\frac{\partial \rho k}{\partial t} + \bar{\nabla}(\rho \vec{u} k) = -\frac{2}{3} \rho k \bar{\nabla} \vec{u} + \vec{\sigma} : \bar{\nabla} \vec{u} + \bar{\nabla} \left[ \left( \frac{\mu}{Pr_k} \right) \bar{\nabla} k \right] - \rho \varepsilon + \dot{W}^s \quad (4)$$

$$\frac{\partial \rho \varepsilon}{\partial t} + \bar{\nabla}(\rho \vec{u} \varepsilon) = -\left( \frac{2}{3} c_{\varepsilon 1} - c_{\varepsilon 3} \right) \rho \varepsilon \bar{\nabla} \vec{u} + \bar{\nabla} \left[ \left( \frac{\mu}{Pr_\varepsilon} \right) \bar{\nabla} \varepsilon \right] + \frac{\varepsilon}{k} \left[ c_{\varepsilon 1} \vec{\sigma} : \bar{\nabla} \vec{u} - c_{\varepsilon 2} \rho \varepsilon + c_s \dot{W}^s \right]$$

(5)

мұндағы,  $\sigma_{ij} = 2\mu e_{ij} - \frac{2}{3} \mu e_{kk} \delta_{ij}$ ,  $i, j, k = 1, 2, 3$ ,  $e_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right)$ ,

$$\mu = (1.0 - A_0) \rho V_0 + \mu_{air} + A_0 \rho c_\mu k^2 / \varepsilon, \mu_{air} = \frac{A_1 T^{3/2}}{(T + A_2)}$$

Мұнда,  $K = \frac{\mu c_p}{Pr}$ ,  $D = \frac{\mu}{\rho S c}$ .

Бөлшектің массасының өзгеріс теңдеуі болады:

$$\frac{dm_p}{dt} = -2\pi r_p (\rho D)_{air}(T) \frac{Y_1^* - Y_1}{1 - Y_1^*} Sh_p. \quad (6)$$

Күй теңдеуі:

$$P = R_b T \sum_m \left( \frac{\rho_m}{W_m} \right), I(T) = \sum_m \left( \frac{\rho_m}{\rho} \right) I_m(T) c_p(T) = \sum_m \left( \frac{\rho_m}{\rho} \right) c_{p,m}(T) \left( T \sum_m \left( \frac{\rho_m}{\rho} \right) \right) = 1. \quad (7)$$

Бөлшектің қозғалысын жағалай оның траекториясы теңдеуі болады:

$$\frac{d^r u_p}{dt} = D_p (u_g^r + u_g'^r - u_p^r) + g, \frac{d^r x_p}{dt} = u_p^r, \quad (8)$$

мұндағы:  $D_p = \frac{3}{8} \frac{\rho}{\rho_p} \frac{|u_g^r + u_g'^r - u_p^r|}{r_p} C_D(Re_p).$

Бөлшектің кез келген қарсыласу коэффициенті тең болады:

$$C_D = \begin{cases} \frac{24}{Re_p} \left( 1 + \frac{1}{6} Re_p^{2/3} \right), & \text{где } Re_p \leq 1000 \\ 0,4242 & \text{где } Re_p > 1000 \end{cases}$$

Мұнда,  $Re_p = \frac{2\rho |u_g^r + u_g'^r - u_p^r| r_p}{\mu_{air}(T)}, T = \frac{T + 2T_p}{3},$

$$Pr_p = \frac{\mu_{air}(T) c_p(T)}{k_{air}(T)}, Nu_p = \left( 2.0 + 0.6 Re_p^{1/2} Pr_p^{1/3} \right) \frac{\ln(1 + B_p)}{B_p}, k_{air} = \frac{K_1 T^{3/2}}{T + K_2},$$

Газ фазасы теңдеуінің (1)-(5) фазааралық ауысудан және химиялық реакция есебінен пайда болатын қосымша мүшелеркелесі әдіспен жазуға болады:

$$\rho^s = - \int f \rho_p 4\pi r^2 R d u_p dy dy,$$

$$\rho^s = W_m \sum_r (b_{mr} - a_{mr}) \omega_r,$$

$$F^s = - \int f \rho_p \left( \frac{4}{3} \pi r^3 (F - g) + 4\pi r^2 R u_p \right) d u_p dr dT_p dy dy,$$

$$\dot{Q}^s = - \int f \rho_p \left\{ 4\pi r^2 R \left[ I(T_p) + \frac{1}{2} (\bar{u}_p - \bar{u})^2 \right] + \frac{4}{3} \pi r^3 \left[ c(T_p) + (\bar{F} - \bar{g})(\bar{u}_p - \bar{u} - \bar{u}') \right] \right\} d\bar{u}_p dr dT_p dy dy,$$

$$Q^C = \sum_r \sum_m (a_{mr} - b_{mr}) (\Delta h_f^0) \omega_r$$

$$W^s = - \int f \rho_p \frac{4}{3} \pi r^3 (F - g) u_p^r d u_p dr dT_p dy dy,$$

Мұндағы P, F, Q – масса, импульс және энергияның барлық бөліктердегі жылдамдығының өзгерісі.

15 дәріс. Сұйық отынның жануын компьютерлік 3D моделдеу нәтижелерін талдау